



# Árbol bronquial



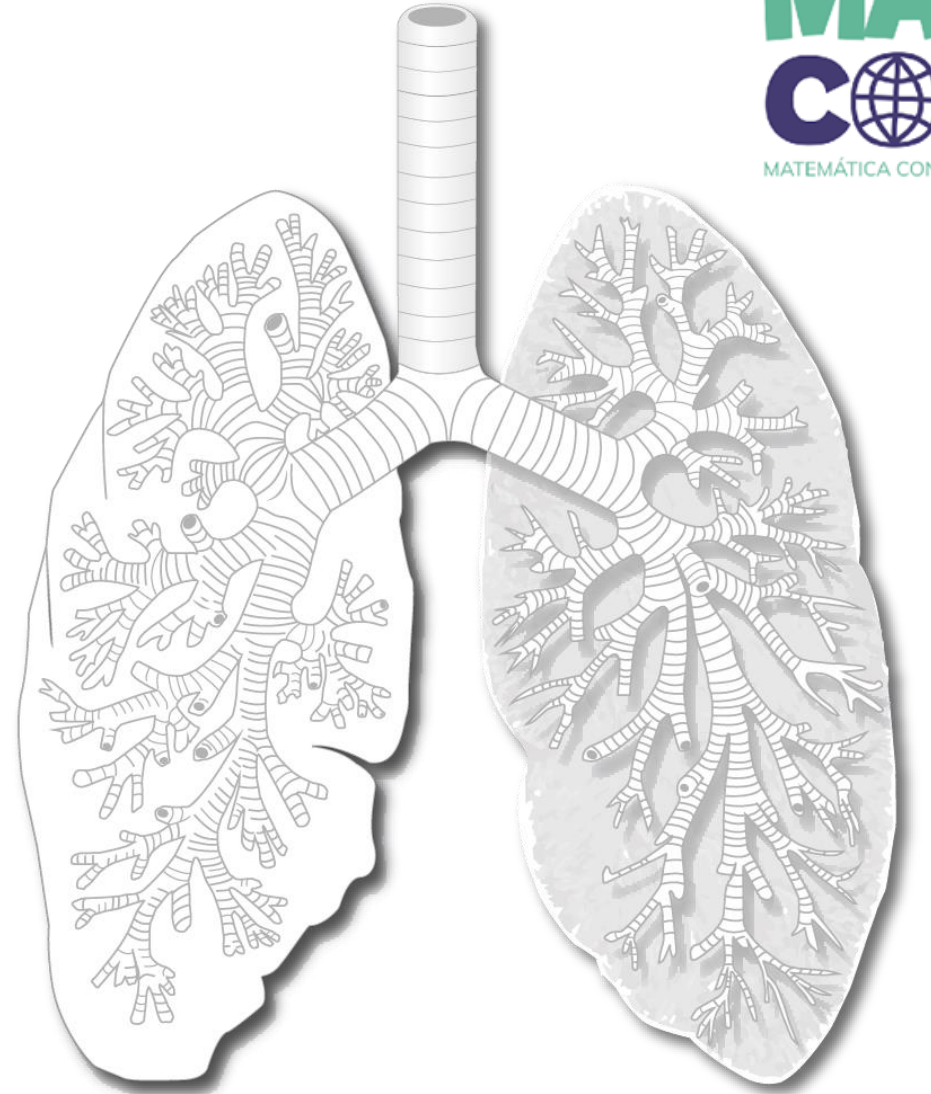
# Árbol bronquial

Revisemos el video “¿Qué es el árbol bronquial?”.



# Árbol bronquial

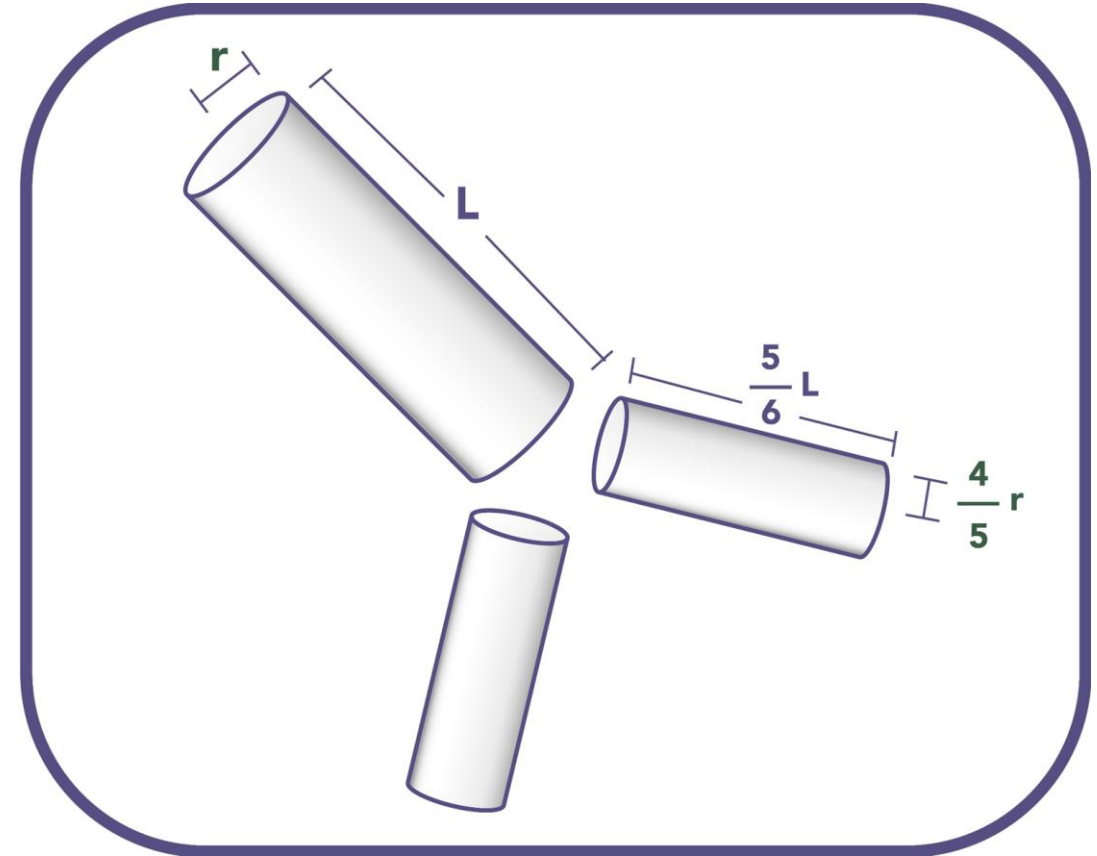
- ¿Podrían describir la estructura del árbol bronquial? ¿Cuántas bifurcaciones existen en él? ¿Cómo se denominan esas bifurcaciones?
- De acuerdo con el video, ¿cómo se pueden modelar los bronquiolos?



# Árbol bronquial

El modelo del video considera que:

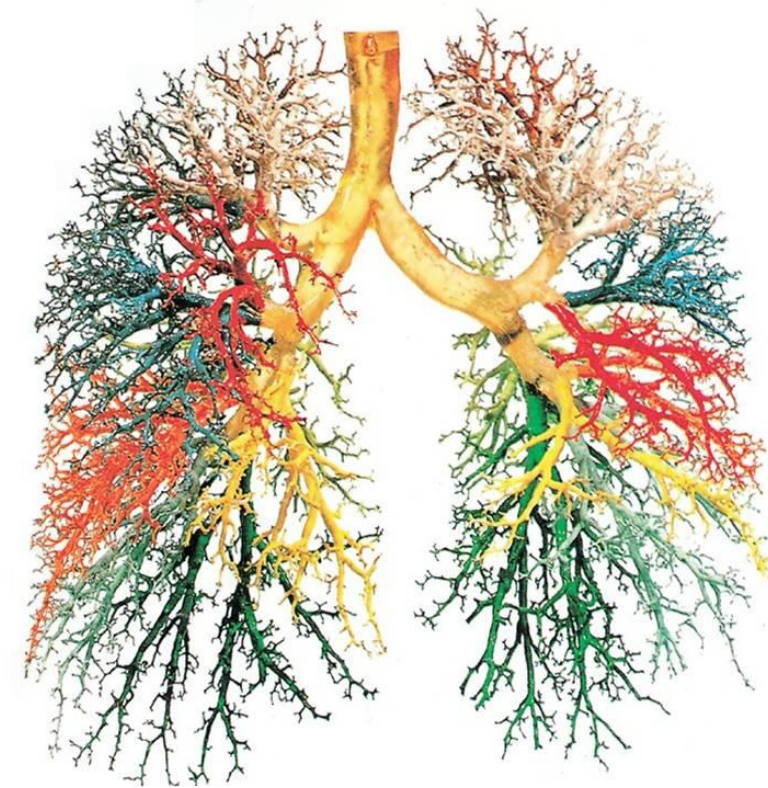
- Los conductos siempre se ramifican en dos.
- Los conductos tienen una forma cilíndrica circular.
- La razón en la que decrecen el largo y radio de los conductos es siempre constante.



# Árbol bronquial

En realidad ocurre que:

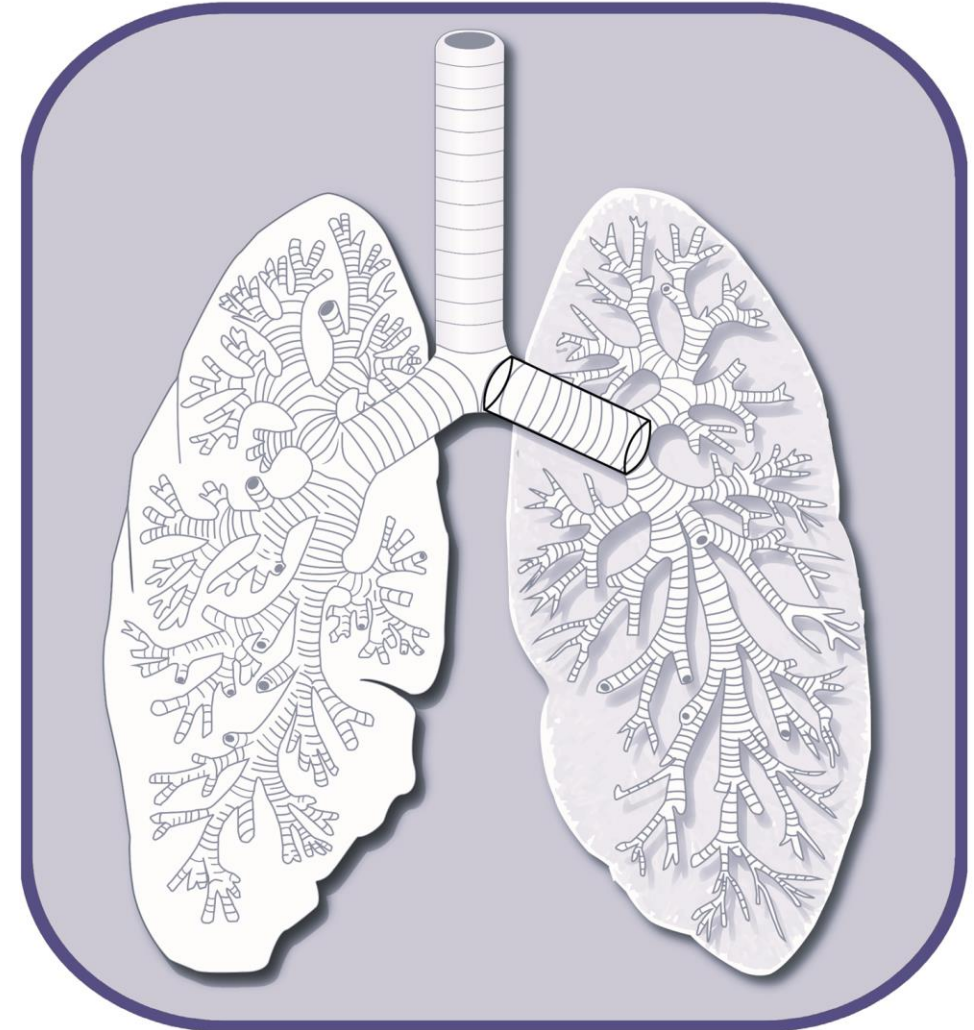
- La ramificación en cada generación no es exacta. Puede haber "ramas" más cortas que otras, y en algunos casos pueden surgir 3 conductos a partir de uno anterior.
- Los conductos no tienen una forma exactamente cilíndrica circular.
- La razón en la que decrecen el largo y radio de los conductos no es constante a lo largo del árbol bronquial.





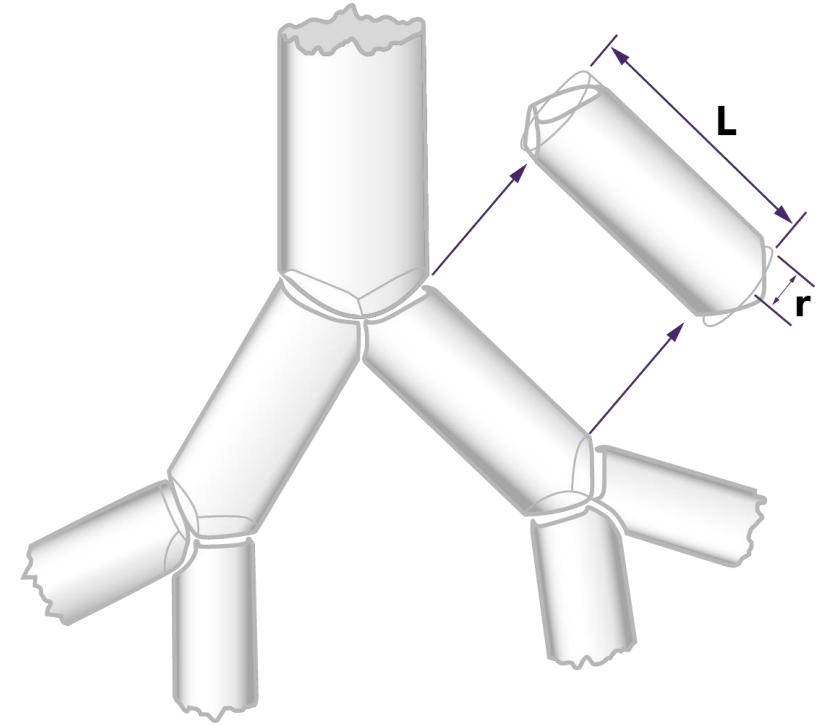
# Problema

Si conocemos el tamaño de la tráquea, ¿cómo podemos calcular el largo y radio de los bronquiolos de una determinada generación?



# Actividad 1

1. De acuerdo al modelo simplificado de árbol bronquial, ¿cuántos conductos hay en cada una de las **primeras cuatro** generaciones?
2. ¿Qué patrón pueden observar en esta secuencia?

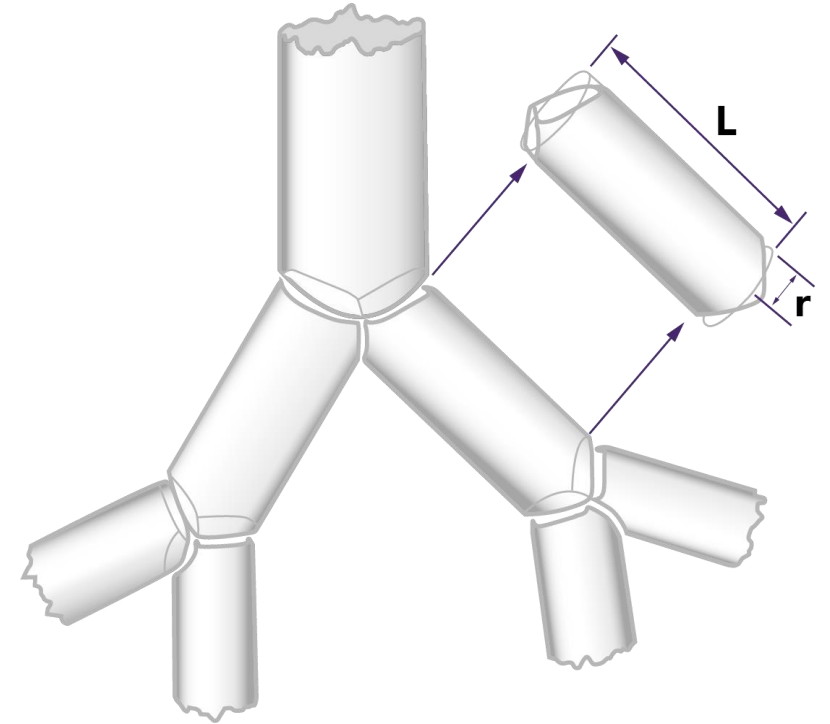


# Actividad 1

1. De acuerdo al modelo simplificado de árbol bronquial, ¿cuántos conductos hay en cada una de las **primeras cuatro** generaciones?
2. ¿Qué patrón pueden observar en esta secuencia?

Resp.

1. 1, 2, 4 y 8
2. La cantidad de bronquiolos aumenta al doble en cada generación





# Actividad 1

3. ¿Cuántos bronquiolos terminales (los de la generación 16) hay en los pulmones?

	Generación	
Zona de conducción	Tráquea	0
	Bronquios	1
		2
		3
	Bronquiolos	4
		5
Zona de respiración	Bronquiolos terminales	16
	Bronquiolos respiratorios	17
		18
		19
	Conductos alveolares	20
		21
	Sacos alveolares	22
		23

# Actividad 1

3. ¿Cuántos bronquiolos terminales (los de la generación 16) hay en los pulmones?

Si  $n$  representa la generación, ¿Cómo podríamos expresar el número de bronquiolos en la generación  $n$ ?

Generación		
Zona de conducción	Tráquea	0
	Bronquios	1
		2
		3
	Bronquiolos	4
		5
	Bronquiolos terminales	16
Zona de respiración		17
	Bronquiolos respiratorios	18
		19
		20
	Conductos alveolares	21
		22
	Sacos alveolares	23

# Actividad 1

3. ¿Cuántos bronquiolos terminales (los de la generación 16) hay en los pulmones?

Si  $n$  representa la generación, ¿Cómo podríamos expresar el número de bronquiolos en la generación  $n$ ?

$$\text{nro. bronquiolos} = 2^n$$

$$\text{generación 16} \rightarrow 2^{16} = 65\,536$$

	Generación	
Zona de conducción	Tráquea	0
	Bronquios	1
		2
		3
	Bronquiolos	4
		5
Zona de respiración	Bronquiolos terminales	16
	Bronquiolos respiratorios	17
		18
		19
	Conductos alveolares	20
		21
		22
	Sacos alveolares	23

# Actividad 1

4. ¿Cuántos sacos alveolares (los de la generación 23) hay en los pulmones?

Generación		
Zona de conducción	Tráquea	0
	Bronquios	1
		2
		3
	Bronquiolos	4
		5
		16
Zona de respiración	Bronquiolos terminales	17
	Bronquiolos respiratorios	18
		19
		20
	Conductos alveolares	21
		22
	Sacos alveolares	23

# Actividad 1

4. ¿Cuántos sacos alveolares (los de la generación 23) hay en los pulmones?

$$\text{nro. bronquiolos} = 2^n$$

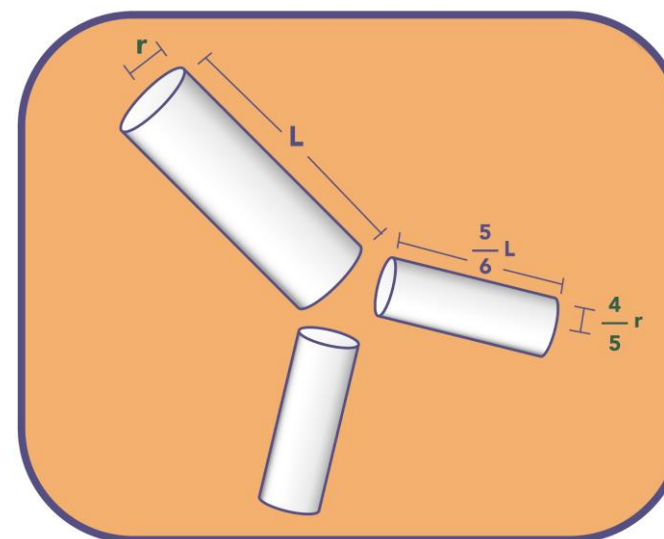
$$\text{generación 23} \rightarrow 2^{23} = 8\,388\,608$$

Generación		
Zona de conducción	Tráquea	0
	Bronquios	1
		2
		3
	Bronquiolos	4
		5
	Bronquiolos terminales	16
Zona de respiración		17
	Bronquiolos respiratorios	18
		19
		20
	Conductos alveolares	21
		22
	Sacos alveolares	23

## Actividad 2

1. Completen la siguiente tabla con el largo y radio de los bronquiolos hasta la generación 4. Las medidas de la generación 0, corresponden al largo y radio de la tráquea.

Generación	Largo (mm)	Radio (mm)
0	120	9
1	$\frac{5}{6} \cdot 120 = 100$	$\frac{4}{5} \cdot 9 = 7,2$
2	$\frac{5}{6} \cdot 100 = 83,3$	$\frac{4}{5} \cdot 7,2 = 5,76$
3		
4		





## Actividad 2

1. Completen la siguiente tabla con el largo y radio de los bronquiolos hasta la generación 4. Las medidas de la generación 0, corresponden al largo y radio de la tráquea.

Generación	Largo (mm)	Radio (mm)
0	120	9
1	$\frac{5}{6} \cdot 120 = 100$	$\frac{4}{5} \cdot 9 = 7,2$
2	$\frac{5}{6} \cdot 100 = 83,3$	$\frac{4}{5} \cdot 7,2 = 5,76$
3	$\frac{5}{6} \cdot 83,3 \approx 69,42$	$\frac{4}{5} \cdot 5,76 \approx 4,61$
4	$\frac{5}{6} \cdot 69,42 \approx 57,85$	$\frac{4}{5} \cdot 4,61 \approx 3,69$

## Actividad 2

1. Completen la siguiente tabla con el largo y radio de los bronquiolos hasta la generación 4. Las medidas de la generación 0, corresponden al largo y radio de la tráquea.

Generación	Largo (mm)	Radio (mm)
0	120	9
1	$\frac{5}{6} \cdot 120 = 100$	$\frac{4}{5} \cdot 9 = 7,2$
2	$\frac{5}{6} \cdot 100 = 83,3$	$\frac{4}{5} \cdot 7,2 = 5,76$
3	$\frac{5}{6} \cdot 83,3 \approx 69,42$	$\frac{4}{5} \cdot 5,76 \approx 4,61$
4	$\frac{5}{6} \cdot 69,42 \approx 57,85$	$\frac{4}{5} \cdot 4,61 \approx 3,69$



Generación	Largo (mm)	Radio (mm)
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^0 \cdot 120$	$\left(\frac{4}{5}\right)^0 \cdot 9$
1	$\left(\frac{5}{6}\right)^1 \cdot 120$	$\left(\frac{4}{5}\right)^1 \cdot 9$
2	$\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot 120$	$\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot 9$
3	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot 120$	$\left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot 9$
4	$\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot 120$	$\left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot 9$

## Actividad 2

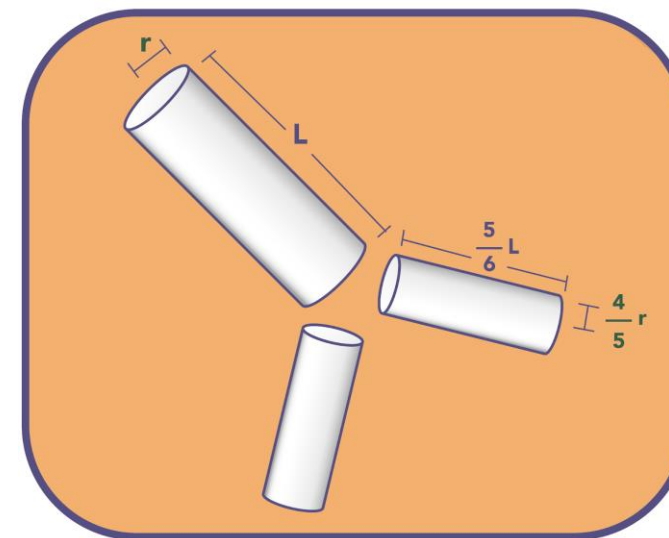
2. ¿Cuál es el largo y radio de los bronquiolos terminales (generación 16)?
3. ¿Cuál es el volumen total de los bronquiolos terminales?

## Actividad 2

2. ¿Cuál es el largo y radio de los bronquiolos terminales (generación 16)?
3. ¿Cuál es el volumen total de los bronquiolos terminales?

$$\text{Largo generación } n = \left(\frac{5}{6}\right)^n \cdot 120 \quad \Rightarrow L = \left(\frac{5}{6}\right)^{16} \cdot 120 \approx 6,5 \text{ mm}$$

$$\text{Radio generación } n = \left(\frac{4}{5}\right)^n \cdot 9 \quad \Rightarrow R = \left(\frac{4}{5}\right)^{16} \cdot 9 \approx 0,25 \text{ mm}$$

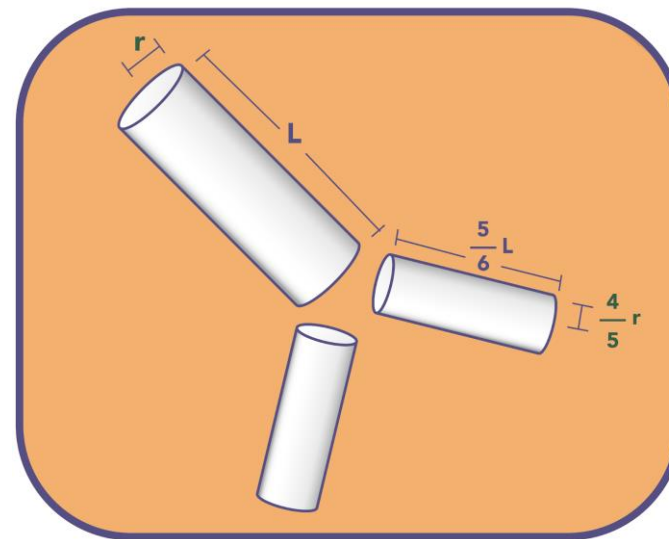


## Actividad 2

2. ¿Cuál es el largo y radio de los bronquiolos terminales (generación 16)?
3. ¿Cuál es el volumen total de los bronquiolos terminales?

*Volumen cilindro :  $\pi \cdot R^2 \cdot L$*

¿Cuál es la expresión para el volumen **de un bronquiolo** de la generación 16?



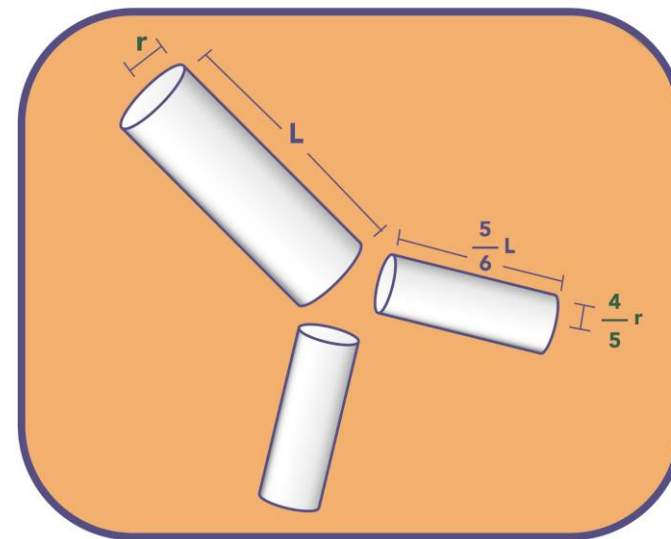
## Actividad 2

2. ¿Cuál es el largo y radio de los bronquiolos terminales (generación 16)?
3. ¿Cuál es el volumen total de los bronquiolos terminales?

*Volumen cilindro :  $\pi \cdot R^2 \cdot L$*

¿Cuál es la expresión para el volumen **de un bronquiolo** de la generación 16?

$$V_b = \pi \cdot \left[ \left( \frac{4}{5} \right)^{16} \cdot 9 \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{5}{6} \right)^{16} \cdot 120 \right]$$



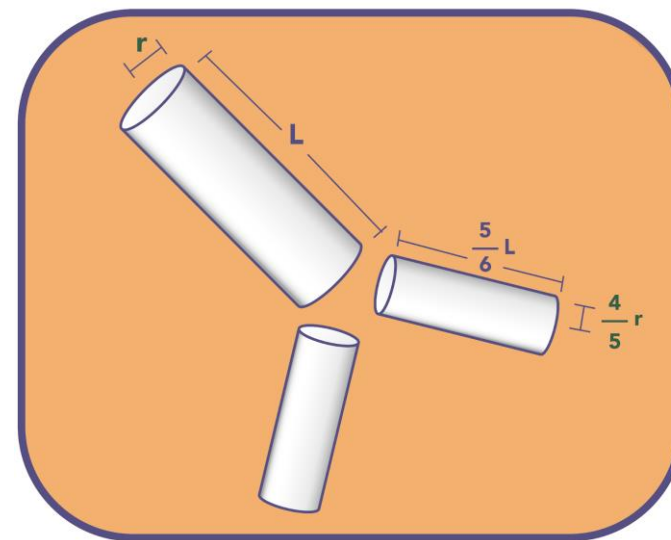


## Actividad 2

2. ¿Cuál es el largo y radio de los bronquiolos terminales (generación 16)?
3. ¿Cuál es el volumen total de los bronquiolos terminales?

*Volumen cilindro :  $\pi \cdot R^2 \cdot L$*

¿Cómo se puede calcular el volumen **de todos los bronquiolos** de la generación 16?



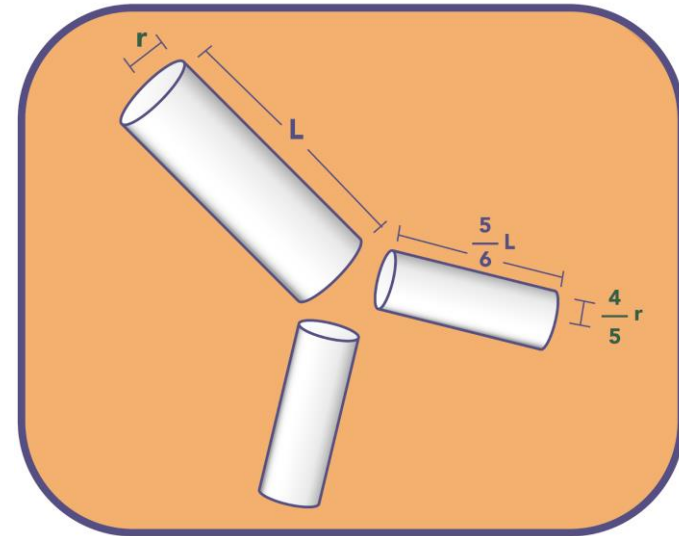
## Actividad 2

2. ¿Cuál es el largo y radio de los bronquiolos terminales (generación 16)?
3. ¿Cuál es el volumen total de los bronquiolos terminales?

*Volumen cilindro :  $\pi \cdot R^2 \cdot L$*

¿Cómo se puede calcular el volumen **de todos los bronquiolos** de la generación 16?

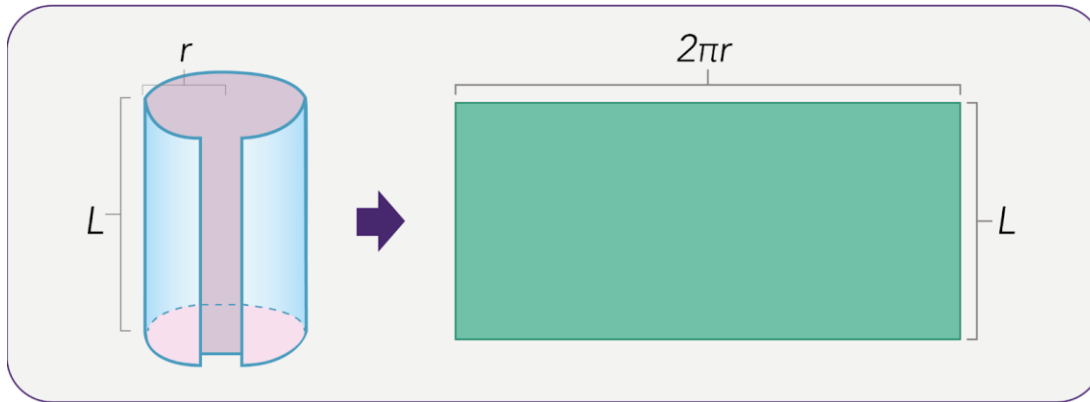
$$V_T = 2^{16} \cdot \pi \cdot \left[ \left( \frac{4}{5} \right)^{16} \cdot 9 \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{5}{6} \right)^{16} \cdot 120 \right]$$



## Actividad 2

4. ¿Cuál es el área total de los bronquiolos terminales?

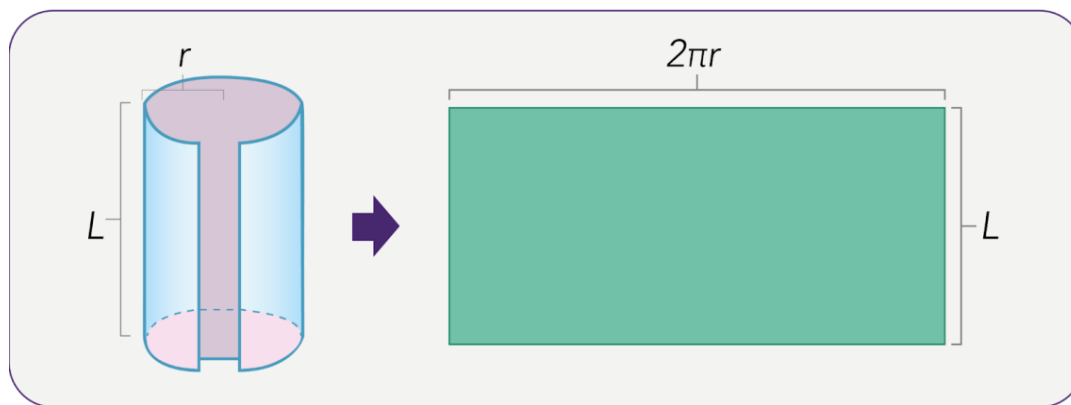
*Área lateral :  $2 \cdot \pi \cdot R \cdot L$*



## Actividad 2

4. ¿Cuál es el área total de los bronquiolos terminales?

*Área lateral :  $2 \cdot \pi \cdot R \cdot L$*



- Si L es el largo del bronquiolo y R es su radio, ¿cómo se puede expresar su área?
- ¿Cuál es el área de un bronquiolo de la generación 16?
- Considerando lo anterior, ¿cómo se puede calcular la superficie total de todos los bronquiolos de la generación 16?

## Actividad 2

4. ¿Cuál es el área total de los bronquiolos terminales?

*Área lateral :  $2 \cdot \pi \cdot R \cdot L$*

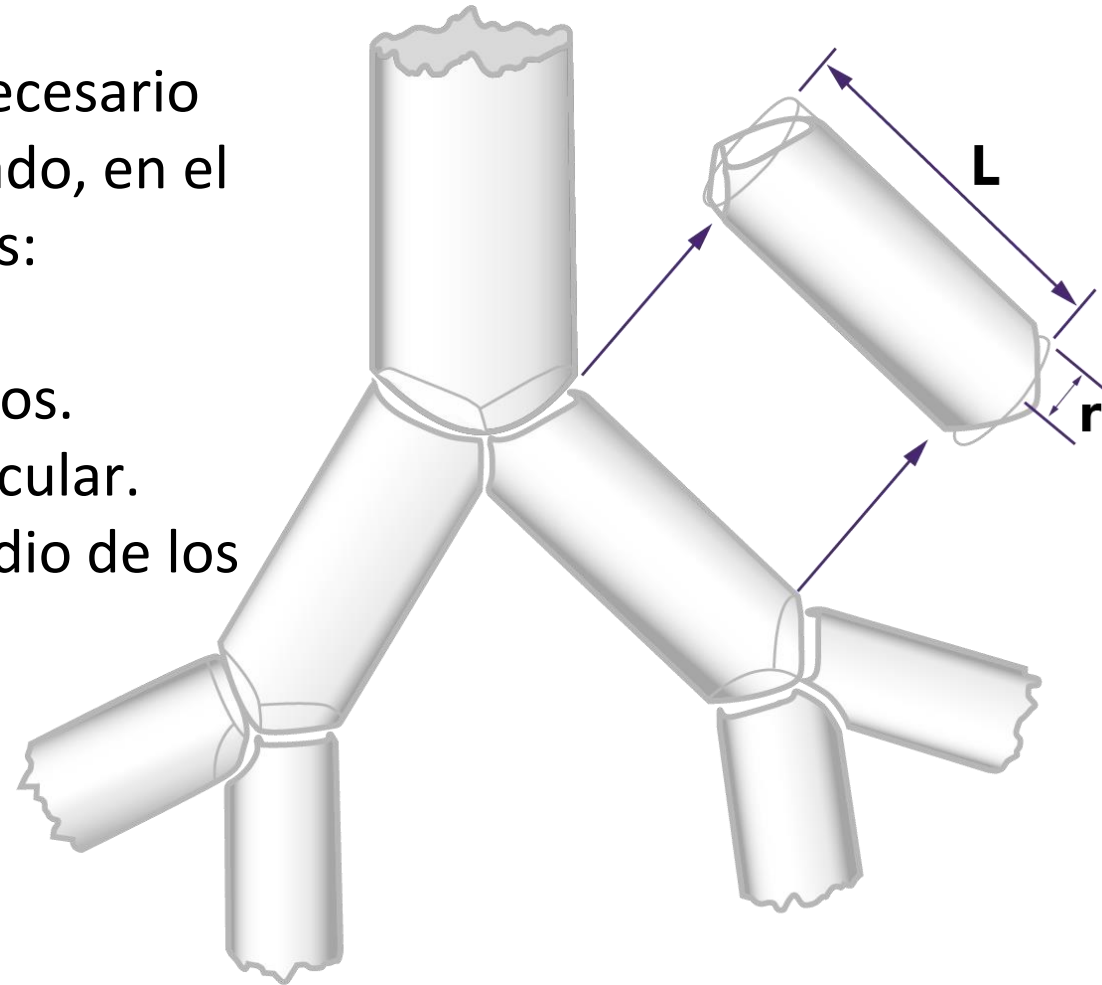
$$A_b = 2 \cdot \pi \cdot \left[ \left( \frac{4}{5} \right)^{16} \cdot 9 \right] \cdot \left[ \left( \frac{5}{6} \right)^{16} \cdot 120 \right]$$

$$A_T = 2^{16} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left[ \left( \frac{4}{5} \right)^{16} \cdot 9 \right] \cdot \left[ \left( \frac{5}{6} \right)^{16} \cdot 120 \right]$$

- Si L es el largo del bronquiolo y R es su radio, ¿cómo se puede expresar su área?
- ¿Cuál es el área de un bronquiolo de la generación 16?
- Considerando lo anterior, ¿cómo se puede calcular la superficie total de todos los bronquiolos de la generación 16?

# Conclusiones

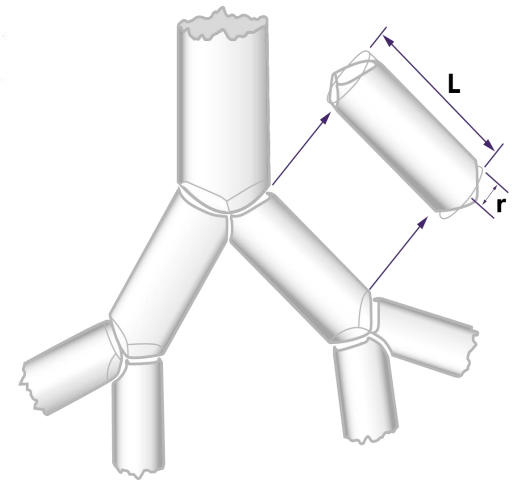
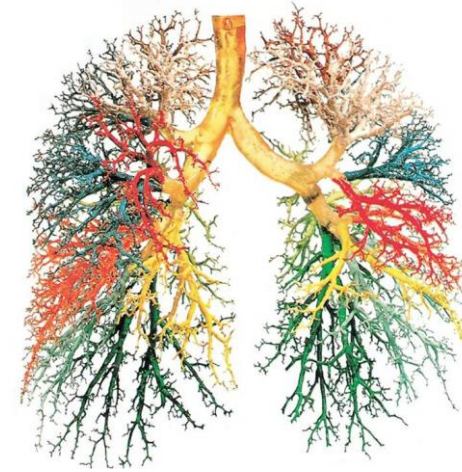
1. Para poder dar respuesta al problema fue necesario establecer un modelo matemático simplificado, en el que se debieron suponer condiciones ideales:
  - Los conductos siempre se ramifican en dos.
  - Los conductos tienen forma cilíndrica circular.
  - La razón en la que decrecen el largo y radio de los conductos es siempre constante.





# Conclusiones

1. Para poder dar respuesta al problema fue necesario establecer un modelo matemático simplificado, en el que se debieron suponer condiciones ideales:
  - Los conductos siempre se ramifican en dos.
  - Los conductos tienen forma cilíndrica circular.
  - La razón en la que decrecen el largo y radio de los conductos es siempre constante.



# Conclusiones

2. En el cálculo del número, área y volumen de los bronquiolos hay involucradas potencias de base racional y exponente entero.
3. Sabiendo que en cada generación el largo y radio de un bronquiolo se reducen a  $\frac{5}{6}$  y  $\frac{4}{5}$  del largo y radio del bronquiolo de la generación anterior, pudimos determinar que:



- Nro de bronquiolos en la generación  $n$  es  $2^n$
- El área total de los bronquiolos de la generación  $n$  es  $A_T = 2^{16} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left[ \left( \frac{4}{5} \right)^{16} \cdot 9 \right] \cdot \left[ \left( \frac{5}{6} \right)^{16} \cdot 120 \right]$
- El volumen total de los bronquiolos de la generación  $n$  es  $V_T = 2^{16} \cdot \pi \cdot \left[ \left( \frac{4}{5} \right)^{16} \cdot 9 \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{5}{6} \right)^{16} \cdot 120 \right]$



# Árbol bronquial

