



# Clavados



**CMM Edu**  
Laboratorio de Educación  
Centro de Modelamiento  
Matemático



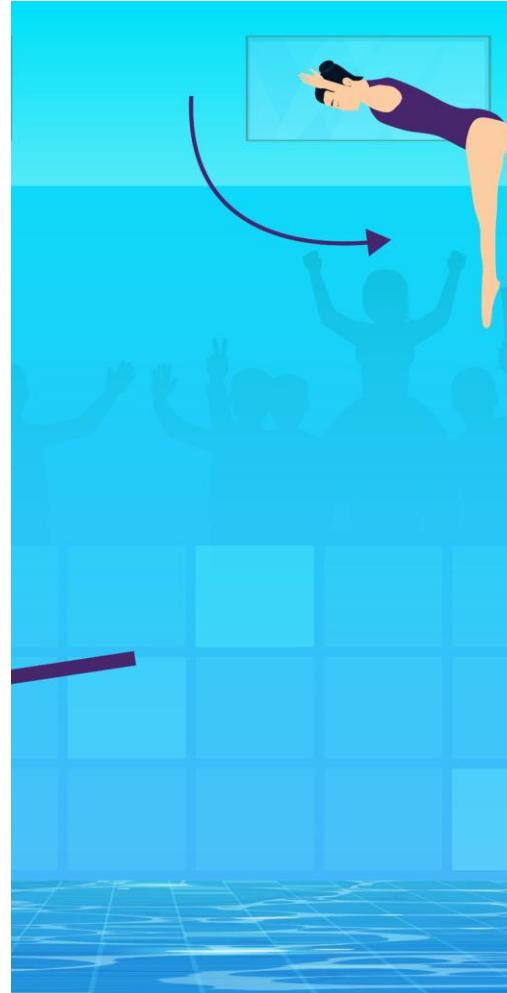
# Revisemos el video “Clavados”



*\*Imagen referencial de la situación*

# Clavados

- ¿Conocían este deporte? ¿Han visto la competencia de clavados de los Juegos Olímpicos?
- ¿Cómo es la **trayectoria** que siguen los clavadistas en sus saltos?



# Clavados

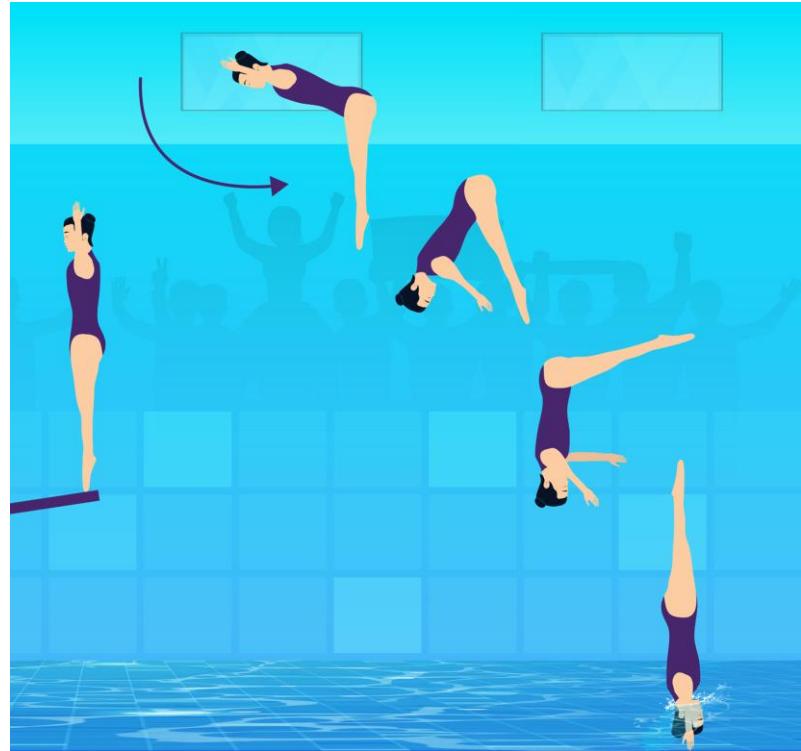
Para identificar la trayectoria es de un clavadista es necesario fijar la atención en un punto de su cuerpo.



En esta imagen, ¿Cómo sería la trayectoria de un punto que esté en el tobillo de la clavadista?

# Clavados

- *¿En qué punto del cuerpo de los clavadistas podemos fijarnos para que el movimiento sea lo más parecido a una parábola?*



# Clavados

- *En la pregunta final del video, ¿qué es lo que se quiere determinar?*



# Clavados

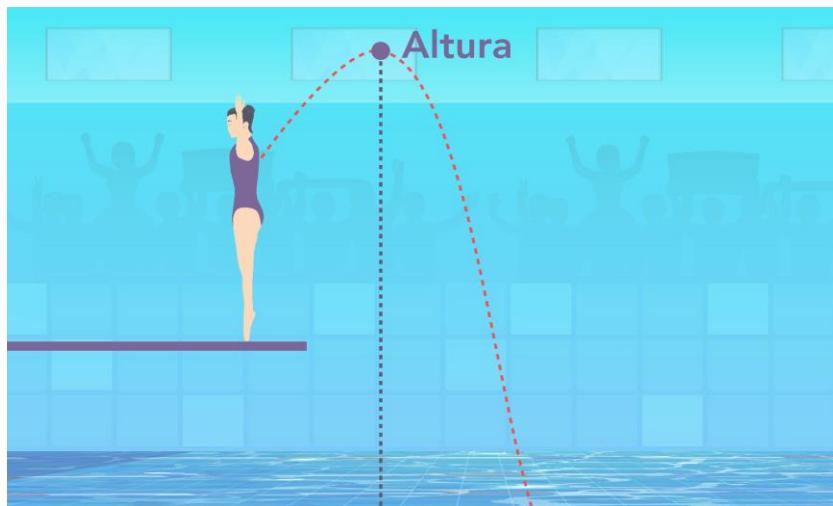
- *En la pregunta final del video, ¿qué es lo que se quiere determinar?*



- ¿Cómo piensan que se relaciona la altura del clavadista con el tiempo transcurrido?
- ¿Si graficamos la altura del clavadista versus el tiempo que ha transcurrido desde el salto, que curva creen que se obtendría? ¿Por qué?

# Presentación del problema

¿Cómo determinar el instante exacto en que se alcanza la altura máxima y el valor de dicha altura?



En lo que sigue, trabajaremos en encontrar un modelo cuadrático que describa la altura en función del tiempo, que nos ayudará a responder esta pregunta.

$$h(t) = at^2 + bt + c$$

# Clavados

Para poder desarrollar este modelo, trabajaremos con datos reales del salto de Shi Tingmao, ganadora olímpica en Tokyo 2020, en trampolín de 3 metros.



*\*Imagen referencial del video*

# Clavados

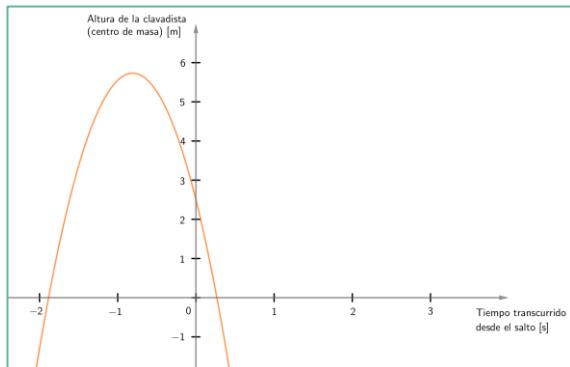
Para poder desarrollar este modelo, trabajaremos con datos reales del salto de Shi Tingmao, ganadora olímpica en Tokio 2020, en trampolín de 3 metros.



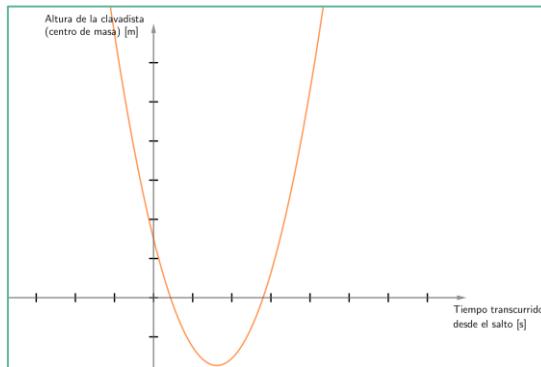
- *¿Cómo podemos identificar gráficamente la altura máxima alcanzada por la clavadista?*
- *¿Desde dónde se mide esa altura*

## Actividad 1

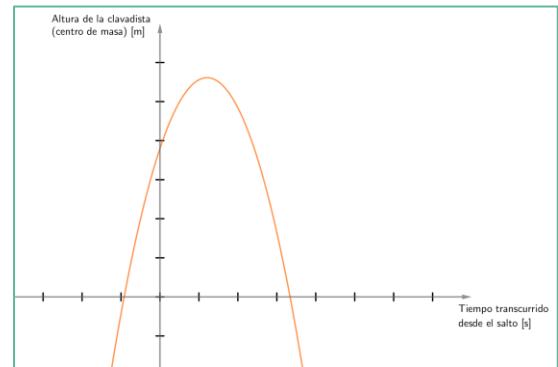
1. De las gráficas que aparecen a continuación, ¿cuál elegirías para representar la relación entre altura y tiempo?



Opción 1



Opción 2



Opción 3

## Actividad 1

2. Se recolectaron algunos datos del clavado realizado por Shi Tingmao en Tokio 2021:
  - La altura del trampolín es de 3 metros.
  - La clavadista mide 1,6 metros.
  - El salto tuvo una duración aproximada de 1,67 segundos.
  - A los 1,21 segundos la clavadista se encontraba a la misma altura que al inicio del salto.

## Actividad 1

- a) Utiliza los datos proporcionados para completar la siguiente tabla:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	
1,21	
1,67	

- b) Ubica, aproximadamente, los puntos de la tabla sobre el gráfico del ítem 1 que seleccionaste.

## Actividad 1

- En  $t = 0$  el centro de masa está a una altura de 3,8 m, que corresponde a los 3 m del trampolín, más la mitad de la altura de la clavadista, 1,6 / 2 m.
- La altura que la clavadista vuelve a tener en el tiempo  $t = 1,21$  segundos es la misma que la altura anterior.
- El tercer y último punto se obtiene al analizar que la duración total del salto es de 1,67 segundos, momento en el cual la clavadista entra en el agua. Al establecer la superficie del agua como referencia, se considera que la altura en este instante es de 0 m.

Tiempo (s)	Altura (m)
0	3,8
1,21	3,8
1,67	0

# Reflexión

Tiempo (s)	Altura (m)
0	3,8
1,21	3,8
1,67	0

*¿Cómo se puede determinar la expresión algebraica que modela el clavado utilizando los datos encontrados en la tabla?*

$$h(t) = at^2 + bt + c$$

## Actividad 2

Determina la expresión algebraica que modela la altura del clavado de Shi Tingmao en función del tiempo utilizando los datos de la tabla.

Tiempo (s)	Altura (m)
0	3,8
1,21	3,8
1,67	0

$$h(t) = at^2 + bt + c$$

## Actividad 2

### (Respuestas)

$$h(0) = 3,8$$

$$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 3,8$$

$$c = 3,8$$

## Actividad 2

### (Respuestas)

Ecuación 1

$$h(1,21) = 3,8$$

$$a \cdot (1,21)^2 + b \cdot (1,21) + c = 3,8$$

$$a \cdot (1,21)^2 + b \cdot (1,21) + 3,8 = 3,8$$

$$a \cdot (1,21)^2 + b \cdot (1,21) = 3,8 - 3,8$$

$$1,4641 \cdot a + 1,21 \cdot b = 0$$

Ecuación 2

$$h(1,67) = 0$$

$$a \cdot (1,67)^2 + b \cdot (1,67) + c = 0$$

$$a \cdot (1,67)^2 + b \cdot (1,67) + 3,8 = 0$$

$$a \cdot (1,67)^2 + b \cdot (1,67) = -3,8$$

$$2,7889 \cdot a + 1,67 \cdot b = 0$$

## Actividad 2 (Respuestas)

De esta forma queda el sistema de ecuaciones:

$$1,4641 \cdot a + 1,21 \cdot b = 0$$

$$2,7889 \cdot a + 1,67 \cdot b = 0$$

## Actividad 2 (Respuestas)

Determina la expresión algebraica que modela la altura del clavado de Shi Tingmao en función del tiempo utilizando los datos de la tabla.

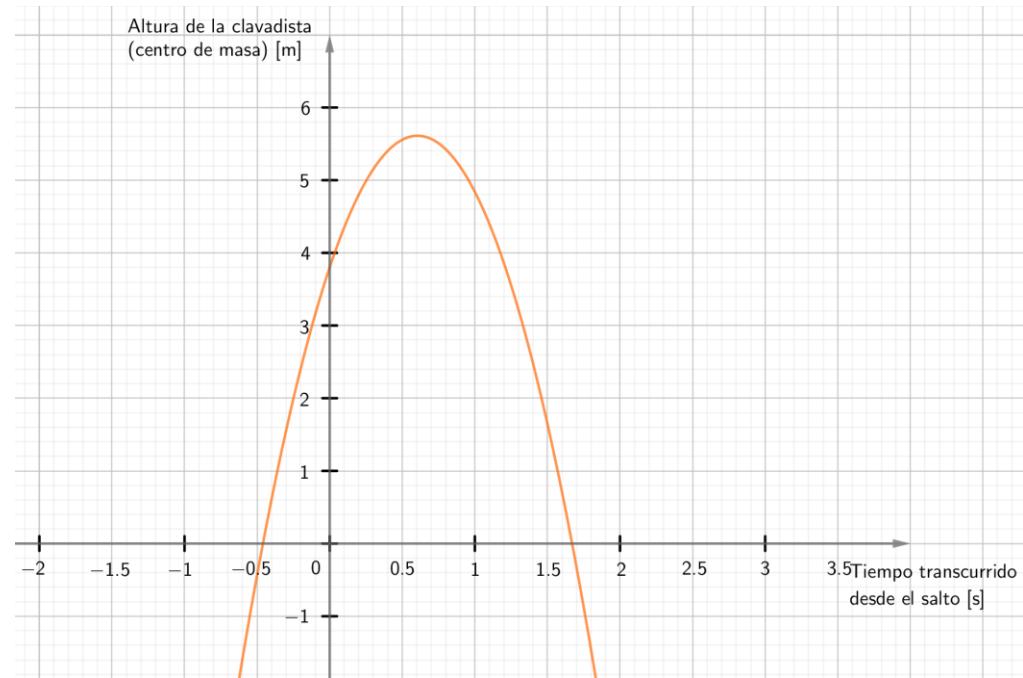
Tiempo (s)	Altura (m)
0	3,8
1,21	3,8
1,67	0

Resolviendo el sistema de ecuaciones, obtenemos que

$$h(t) = -4,95t^2 + 5,99t + 3,8$$

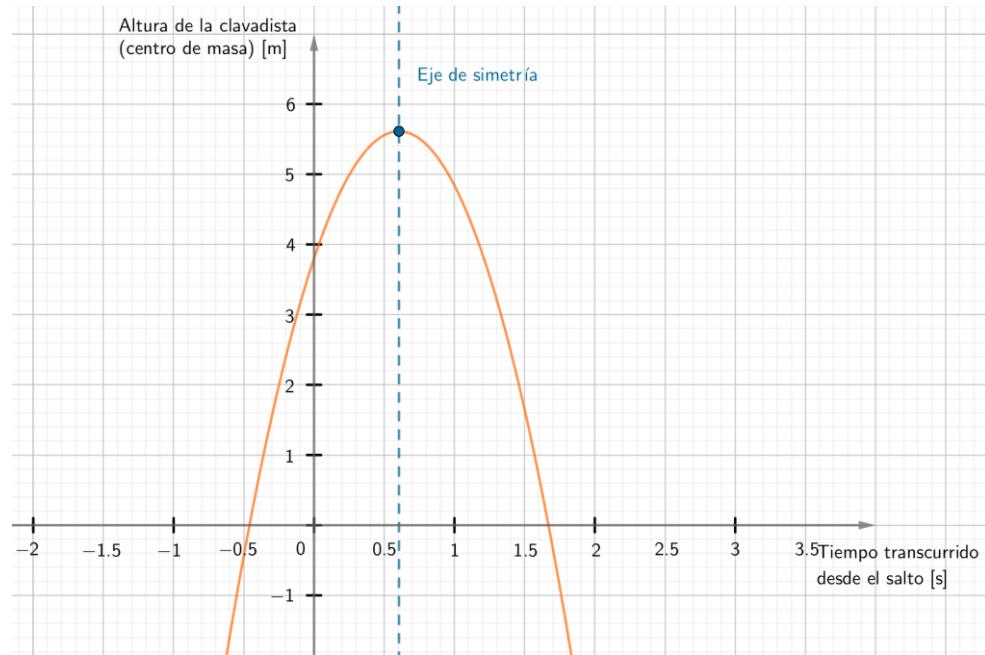
## Actividad 3

1. Marca el vértice de la curva  $h(t)$  en el gráfico a continuación. Luego, dibuja una línea paralela al eje vertical que pase por el vértice que marcaste. ¿Qué característica aprecias respecto a esta recta?



## Actividad 3 (Respuesta)

1. Marca el vértice de la curva  $h(t)$  en el gráfico a continuación. Luego, dibuja una línea paralela al eje vertical que pase por el vértice que marcaste. ¿Qué característica aprecias respecto a esta recta?



## Actividad 3

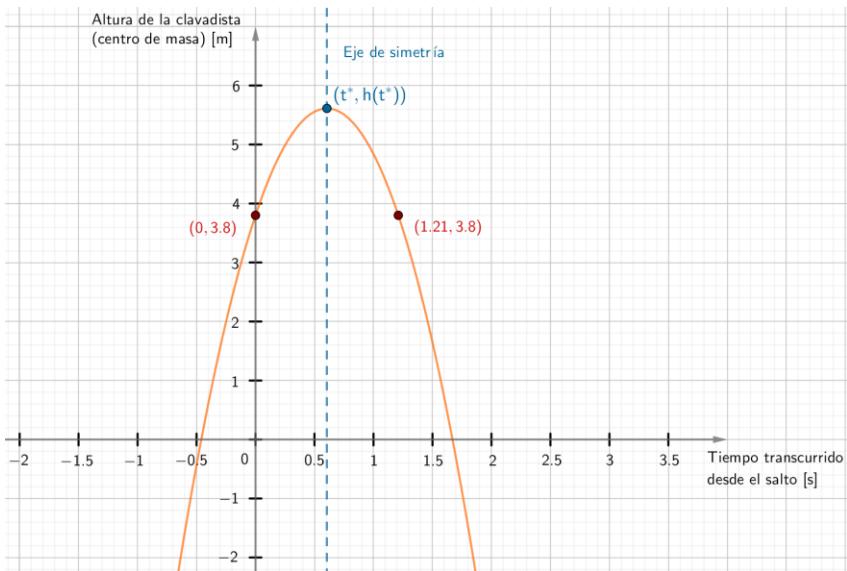
2. Ubica en la gráfica de la altura versus el tiempo, los siguientes puntos utilizados para encontrar la función , ¿Estos puntos son simétricos respecto del eje de simetría que marcaron en la pregunta anterior? ¿Por qué?

Tiempo (s)	Altura (m)
0	3,8
1,21	3,8

3. Usen sus respuestas anteriores para determinar la coordenada horizontal del vértice de la curva  $h(t)$  .

# Actividad 3

## (Respuesta)



Tiempo en que ocurre la altura máxima

$$t^* = \frac{1,21}{2} = 0,605 \text{ s}$$

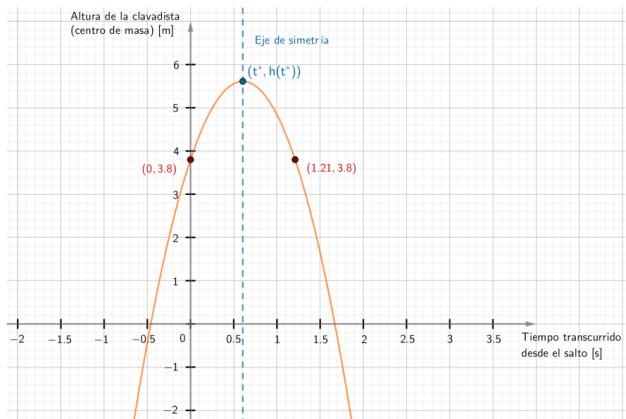
Valor de la altura máxima

$$h(t^*) = -4,95 \cdot t^* + 5,99 \cdot t^* + 3,8$$

$$h(0,605) = -4,95 \cdot (0,605)^2 + 5,99 \cdot (0,605) + 3,8$$

$$h(0,605) \approx 5,61 \text{ m}$$

# ¿Qué tan buenos son nuestros resultados?



- Eligimos un modelo cuadrático para la relación entre la altura y el tiempo sin tener certeza si este tipo de modelo podría ajustarse bien a la situación.
- Ahora que ya disponemos del modelo, es necesario revisar **qué tan bien modela la situación real**.
- Para ello, es necesario **comparar el valor de la altura máxima que obtuvimos con nuestro modelo, con el valor real de la altura alcanzada por Shi Tingmao**.

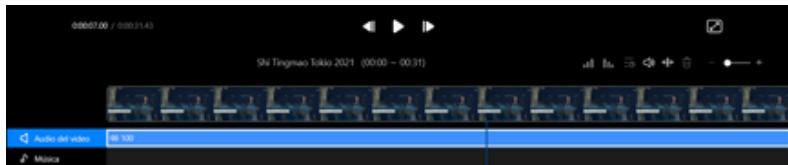
# ¿Qué tan buenos son nuestros resultados?

Usando herramientas de análisis de video, podemos determinar la altura máxima real de forma aproximada



→ Punto más alto del centro de masa,  
a 0,6 m del trampolín de 5 m  
→ Trampolín de 5 m

Altura Máxima, 5,6 m  
aproximadamente



# Conclusiones

- Identificamos que la trayectoria del salto de la clavadista tiene forma parabólica si nos enfocamos en el centro de masa de la deportista.
- Nos fijamos en la trayectoria parabólica de la clavadista para suponer que la relación entre altura y tiempo, se podría modelar adecuadamente con una función cuadrática:

$$h(t) = at^2 + bt + c$$

- A partir de algunos datos del salto determinamos algebraicamente los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ , lo que nos permitió encontrar un modelo.

# Conclusiones

- Analizamos gráficamente dónde se ubica el vértice de una función cuadrática como la que obtuvimos, reconociendo que se encuentra sobre el eje de simetría de la parábola.
- Con los dos puntos simétricos que teníamos en la tabla pudimos determinar las coordenadas del vértice de la función que encontramos.
- Finalmente, comparamos la altura máxima que obtuvimos con el modelo desarrollado con el valor de la altura máxima de la clavadista obtenida mediante una herramienta audiovisual.



# Clavados



**CMM Edu**  
Laboratorio de Educación  
Centro de Modelamiento  
Matemático

