MATEMÁTICA CONECTADA

Raycast: Tiro al blanco con matemáticas

Matemática y videojuegos

1. ¿Conocen el juego del tiro con arco?
2. ¿Han jugado algún juego de tiro al blanco en consola?

Infografía

Revisemos el recurso “Raycast: Matemáticas y videojuegos”

Infografía

Luego de observar la infografía responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es un raycast?
2. ¿Para qué se usa en videojuegos?
3. ¿Qué ideas matemáticas pueden observarse en esta técnica?

Problema

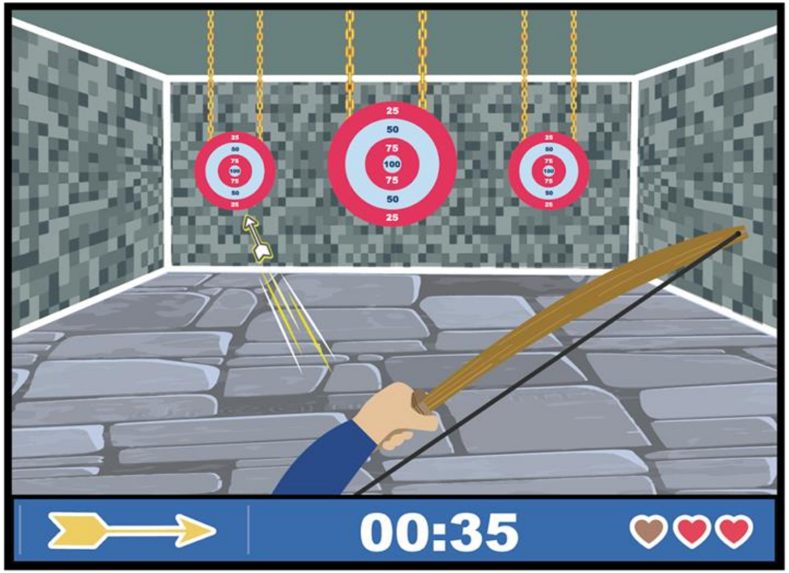
Para programar videojuegos de este tipo, se utiliza por lo general, la herramienta **Raycast**, que mediante el trazado de un rayo detecta si la flecha lanzada impactará con otros objetos.

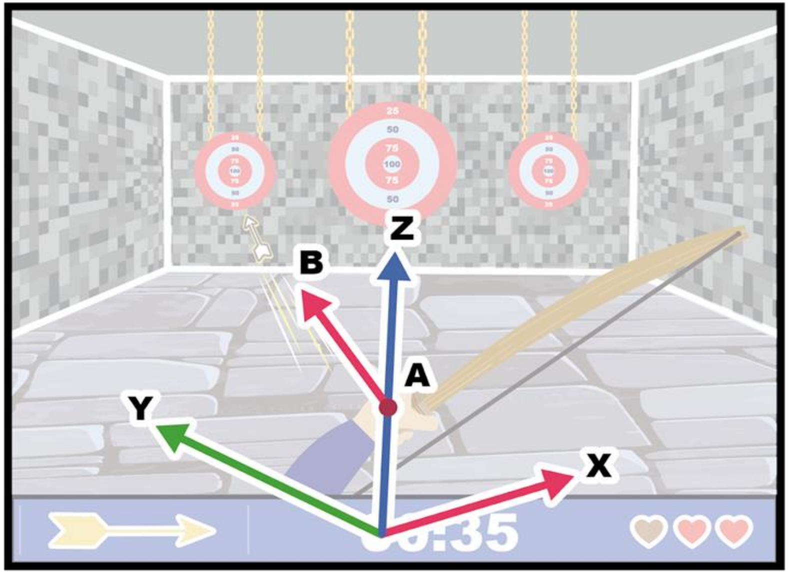
En este caso, según el lugar del impacto permitirá asignar el puntaje en cada lanzamiento de la flecha.

Problema

¿Como podemos determinar matemáticamente el punto de impacto de la flecha en el tablero y calcular su distancia al centro, para asignar el puntaje de cada lanzamiento?

Comprensión del problema



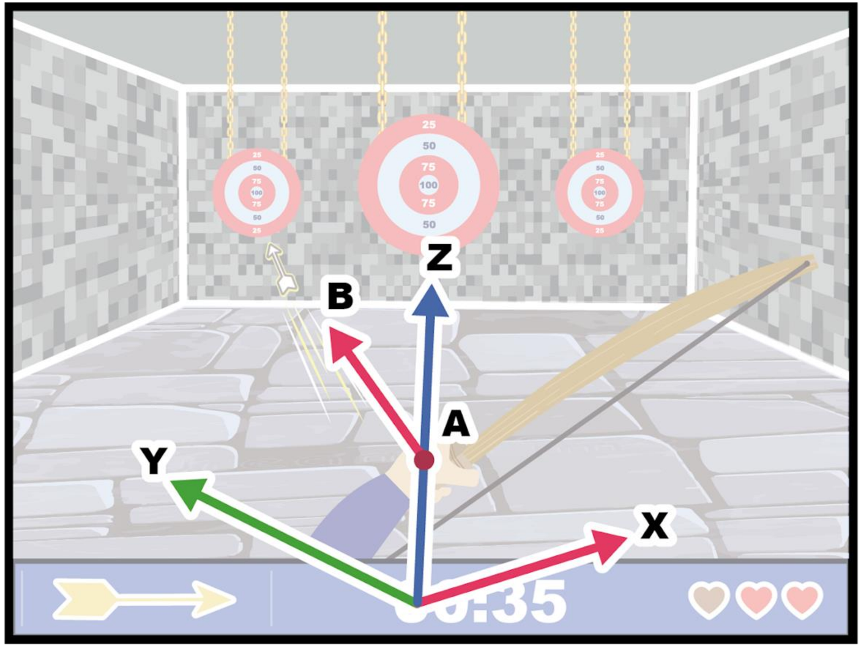


Actividades

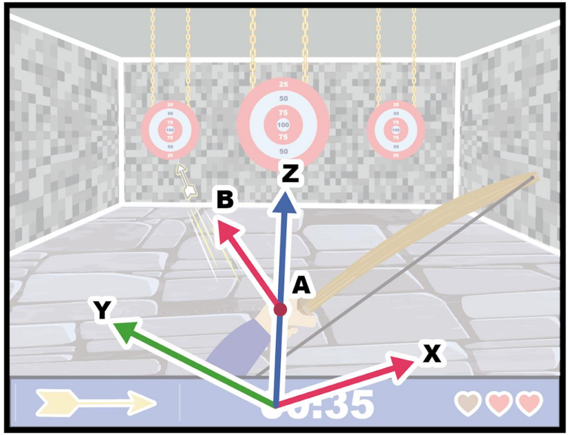
1. Si los puntos:

   $A = (0; 0; 1.2)$ y $B = (1;\ 1;\ 1.25)$ corresponden a los puntos origen y final de la flecha que será lanzada. ¿Cuál es el vector director de la recta que representa su desplazamiento?

2. Escriba una ecuación vectorial de la recta que contiene la trayectoria de la flecha.



Actividades



Ecuación de la recta

$$L = \langle 0,0,1.2 \rangle + t\langle 1,1,0.05 \rangle$$

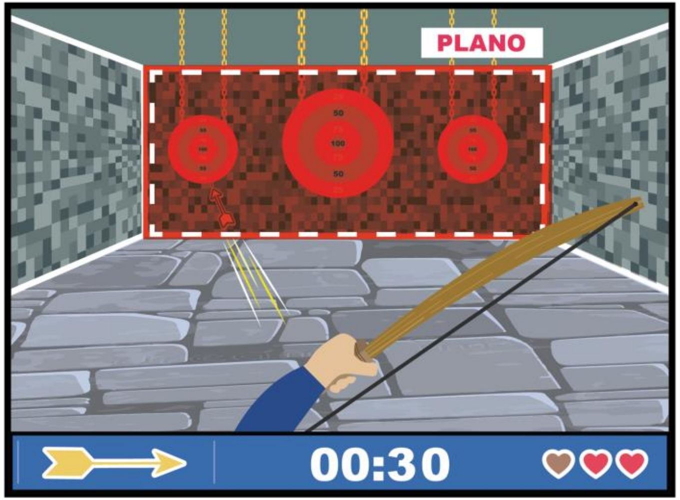
vector director

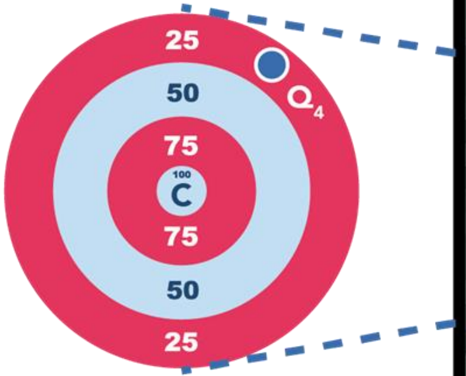
¿Qué significa que t positivo en el contexto del videojuego?¿y negativo?

Reflexionemos

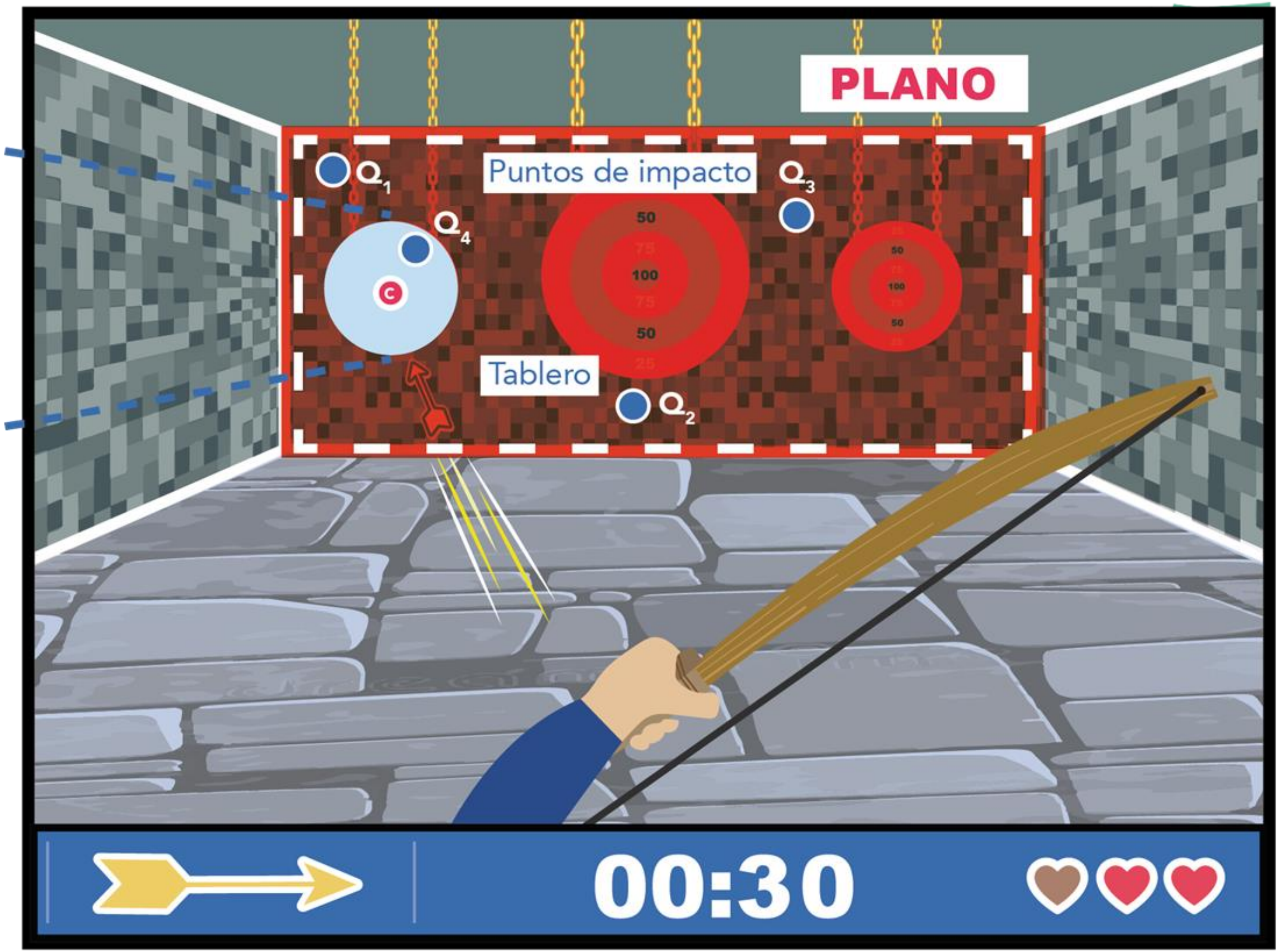
- Al efectuar un lanzamiento, ¿cómo podríamos saber qué tan bueno o malo fue el tiro?

- ¿Qué información se necesita saber para calcular el puntaje de un lanzamiento?

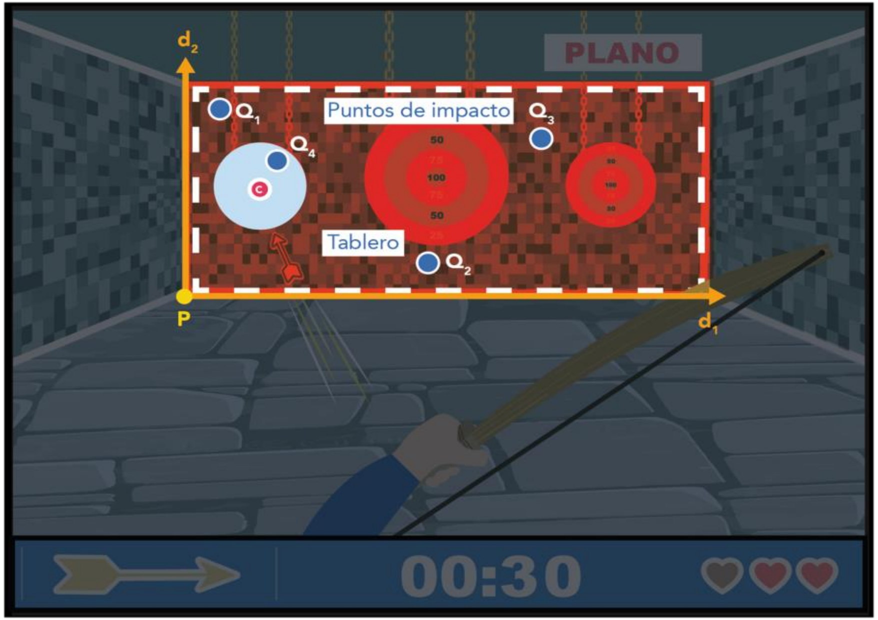




¿Cómo obtenemos matemáticamente las coordenadas de este punto de impacto?



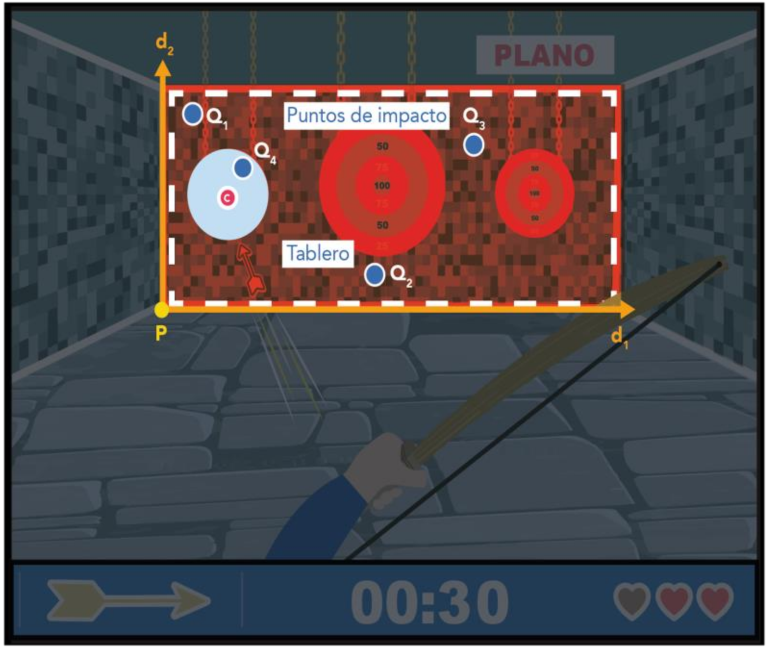
Actividades



3. Escriba la ecuación del plano en el que se encuentra el tablero y que utiliza P como posición, y $\overrightarrow{d_1}$ y $\overrightarrow{d_2}$ como vectores directores.

Considera que,
$P = (3,5,0); \overrightarrow{d_1} = \langle 2.5, -1.5, 0 \rangle\ ; \overrightarrow{d_2} = \langle 0,0,2 \rangle$

Actividades

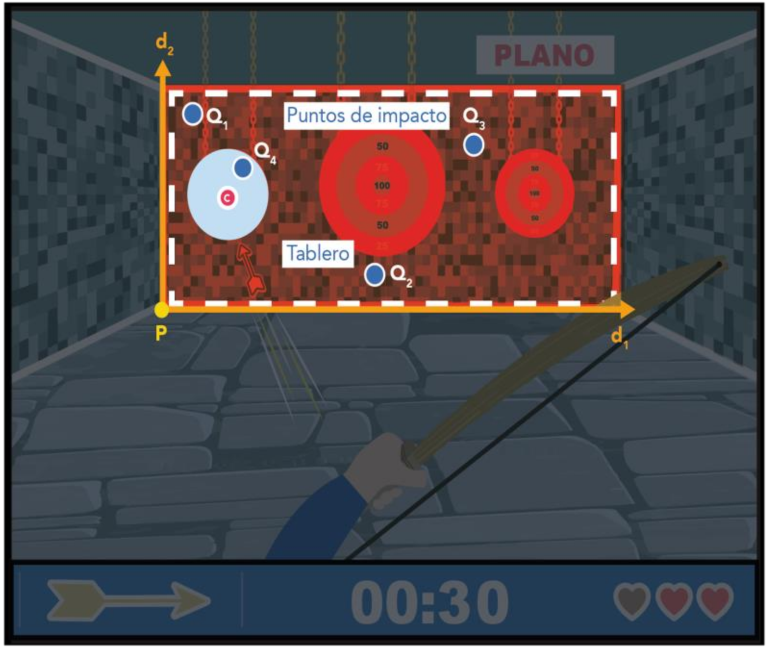


4. ¿Cuál de los siguientes vectores podría representar la posición del centro de un tablero? ¿Por qué?

$$\vec{Q} = \langle 3, 5, 0\rangle + 0{,}5\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + 0{,}4\langle 0, 0, 2\rangle$$

$$\vec{R} = \langle 3, 5, 0\rangle + 6\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + 8\langle 0, 0, 2\rangle$$

Actividades



4. ¿Cuál de los siguientes vectores podría representar la posición del centro de un tablero? ¿Por qué?

$$\vec{Q} = \langle 3, 5, 0\rangle + 0{,}5\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + 0{,}4\langle 0, 0, 2\rangle$$

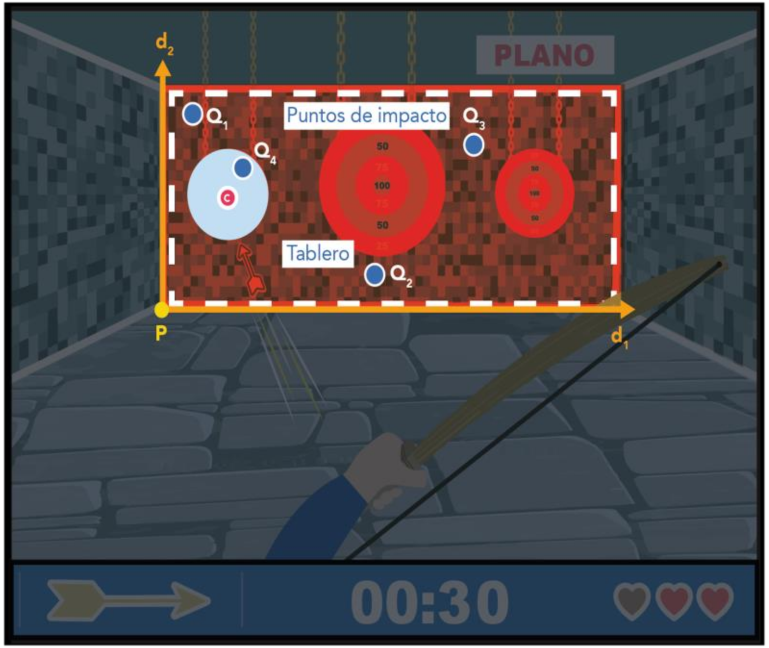
$$\vec{R} = \langle 3, 5, 0\rangle + 6\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + 8\langle 0, 0, 2\rangle$$

Respuesta:

$$\vec{R} = \langle 18, -4{,}16\rangle$$

De lo anterior, se deduce que el punto R (recordar que el vector $\vec{R}$ va desde el origen hasta el punto R) no está ubicado en el sector del plano visible y por tanto no sirve.

Actividades



4. ¿Cuál de los siguientes vectores podría representar la posición del centro de un tablero? ¿Por qué?

$$\vec{Q} = \langle 3, 5, 0\rangle + 0{,}5\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + 0{,}4\langle 0, 0, 2\rangle$$

$$\vec{R} = \langle 3, 5, 0\rangle + 6\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + 8\langle 0, 0, 2\rangle$$

Recordemos la ecuación general del plano para lo que sigue:

$$\langle x, y, z\rangle = \langle 3, 5, 0\rangle + s\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + r\langle 0, 0, 2\rangle$$

Actividades

¿Cómo podemos obtener matemáticamente el punto Q en que la flecha impacta al tablero?

$$\vec{A} + t\vec{d} = \vec{P} + s\overrightarrow{d_1} + r\overrightarrow{d_2}$$

$$\langle 0,0,1.2\rangle + t\,\langle 1,1,0.05\rangle = \langle 3,5,0\rangle + s\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + r\langle 0,0,2\rangle$$

Desarrollemos …

Actividades

¿Cómo podemos obtener matemáticamente el punto Q en que la flecha impacta al tablero?

$$\vec{A} + t\vec{d} = \vec{P} + s\overrightarrow{d_1} + r\overrightarrow{d_2}$$

$$\langle 0,0,1.2\rangle + t\,\langle 1,1,0.05\rangle = \langle 3,5,0\rangle + s\langle 2{,}5; -1{,}5; 0\rangle + r\langle 0,0,2\rangle$$

Desarrollemos …

$$\left.\begin{array}{l} t = 3 + 2.5\,s + 0 \\ t = 5 - 1.5s + 0 \\ 0.05t + 1.2 = 0 + 0 + 2r \end{array}\right\}$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas

Actividades

$$\left.\begin{array}{l} t = 3 + 2.5\, s + 0 \\ t = 5 - 1.5s + 0 \\ 0.05t + 1.2 = 0 + 0 + 2r \end{array}\right\}$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas

Lo resolveremos con un software. → Solución, $t = \frac{17}{4}; s = \frac{1}{2}; r = \frac{113}{160}$

Interpreta la solución para obtener las coordenadas del punto Q

Actividades

$$\left.\begin{array}{l} t = 3 + 2.5\, s + 0 \\ t = 5 - 1.5s + 0 \\ 0.05t + 1.2 = 0 + 0 + 2r \end{array}\right\}$$

Sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas

Lo resolveremos con un software. → Solución, $t = \frac{17}{4}; s = \frac{1}{2}; r = \frac{113}{160}$

Interpreta la solución para obtener las coordenadas del punto Q

Reemplazando $t = \frac{17}{4}$ en la ecuación de la recta, $\langle 0,0,1.2\rangle + t\,\langle 1,1,0.05\rangle \rightarrow Q = (4.25, 4.25, 1.41)$

**Es posible llegar a la misma solución reemplazando s y r en la ecuación del plano*

Los puntajes del tablero se determinan según la distancia del impacto Q, al punto C.

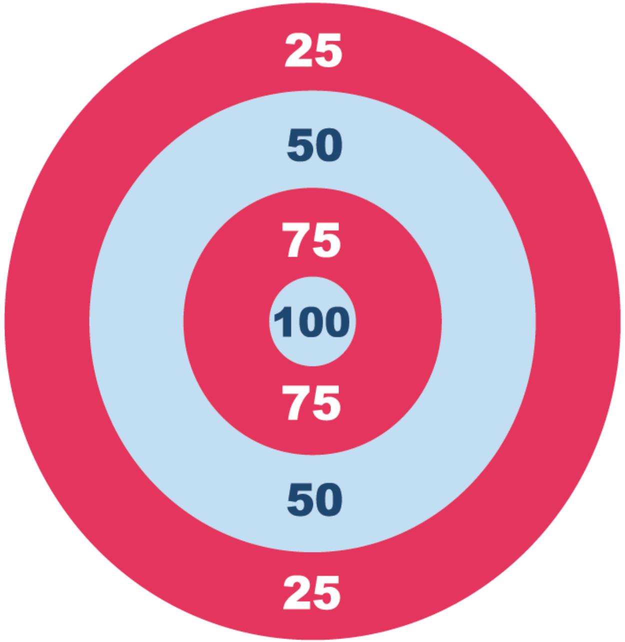
$0 \leq d(C,Q) \leq 0{,}25$ → **100** puntos

$0 < d(C,Q) \leq 0{,}5$ → **75** puntos

$0{,}5 < d(C,Q) \leq 1$ → **50** puntos

$1 < d(C,Q) \leq 1{,}5$ → **25** puntos

$2 < d(C,Q)$ → **0** puntos



Distancia entre dos puntos

$$d(C,Q) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

Actividades

5. ¿Cuál es el puntaje obtenido con este lanzamiento?

Recuerda que

$$Q = (4.25, 4.25, 1.41)$$

Y considera las siguientes coordenadas del centro

$$C = (4.25, 4.25, 0.8)$$

Actividades

5. ¿Cuál es el puntaje obtenido con este lanzamiento?

Recuerda que

$$Q = (4.25, 4.25, 1.41)$$

Y considera las siguientes coordenadas del centro

$$C = (4.25, 4.25, 0.8)$$

$$d(C,Q) = \sqrt{(4.25 - 4.25)^2 + (4.25 - 4.25)^2 + (1.41 - 0.8)^2}$$

$$d(C,Q) \approx 0.6125$$

Actividades

5. ¿Cuál es el puntaje obtenido con este lanzamiento?

Recuerda que

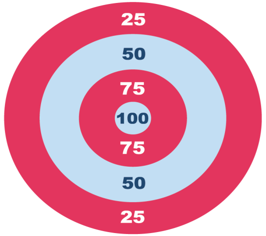
$$Q = (4.25, 4.25, 1.41)$$

Y considera las siguientes coordenadas del centro

$$C = (4.25, 4.25, 0.8)$$

$$d(C, Q) = \sqrt{(4.25 - 4.25)^2 + (4.25 - 4.25)^2 + (1.41 - 0.8)^2}$$

$$d(C, Q) \approx 0.6125$$



$0{,}5 < d(C, Q) \leq 1$ → **50** puntos

MATEMÁTICA CONECTADA

Raycast: Tiro al blanco con matemáticas

CMMEdu
Laboratorio de Educación
Centro de Modelamiento
Matemático