



Emisiones de CO2



CMM Edu
Laboratorio de Educación
Centro de Modelamiento
Matemático



Revisemos la infografía “Calentamiento Global”

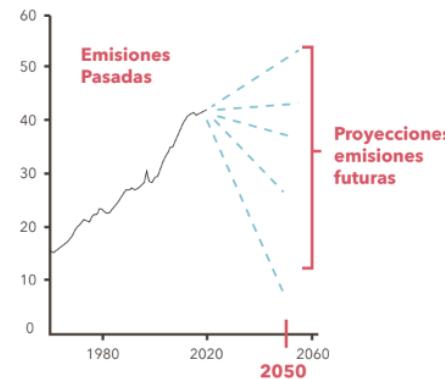


**Imagen referencial de la situación*

Reflexionemos

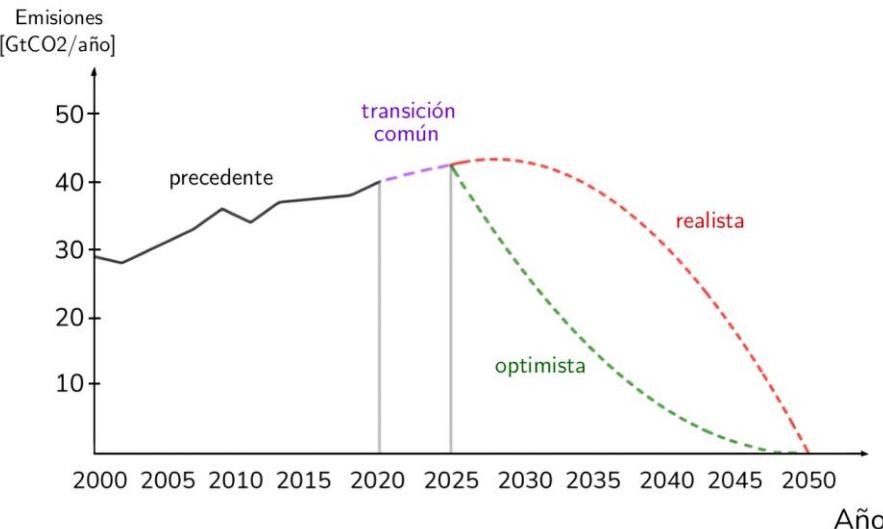
- ¿Cuáles son los efectos en el planeta de las emisiones de CO₂?
- ¿Por qué es relevante reducir las emisiones de CO₂?
- ¿Qué representa el gráfico visto en la infografía? (imagen de la derecha)

Miles de millones de toneladas de CO₂ al año (GtCO₂/año)

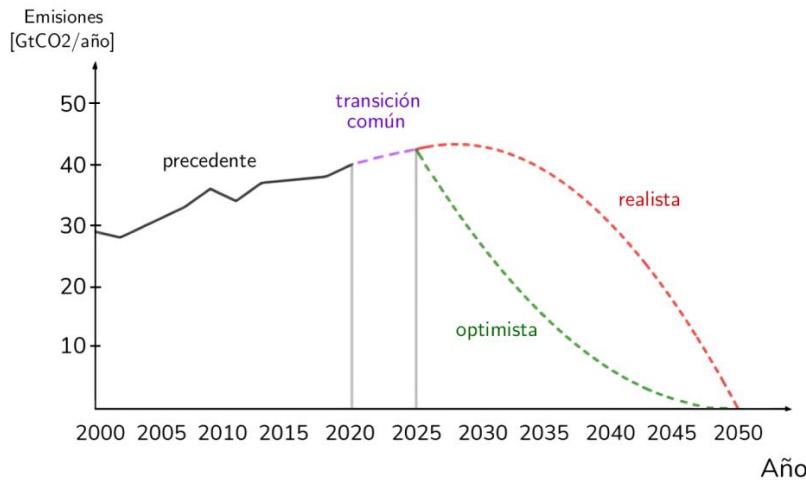


Presentación del problema

En esta clase estudiaremos las emisiones acumuladas de CO₂, medidas en GtCO₂ (miles de millones de toneladas de CO₂), para distintos escenarios propuestos, similares a los que los científicos han estimado en el último reporte sobre calentamiento global (2019).

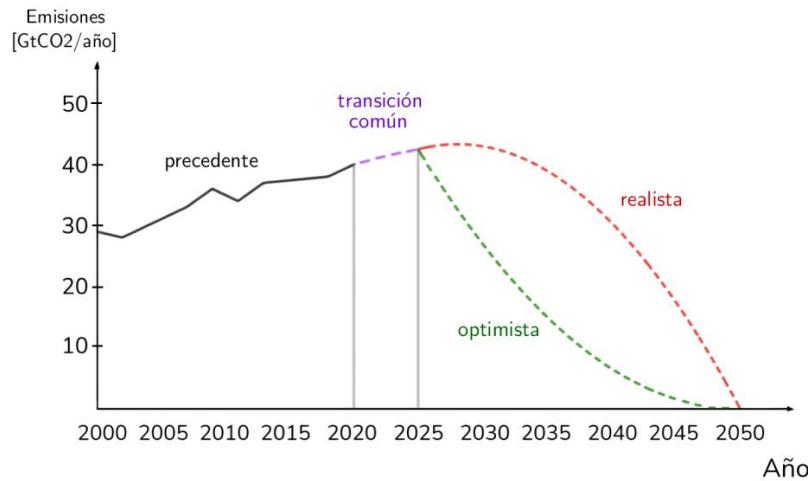


Presentación del problema



- En ambos escenarios (optimista y realista) se proyecta una transición común (período 2000-2020)
- A partir de 2025 se consideran los escenarios se diferencian: en el **realista** la reducción de las emisiones es moderada en un comienzo y se intensifica con el paso de los años, mientras que en el escenario **optimista** se contempla una reacción activa en la disminución de las emisiones desde un comienzo de este período.

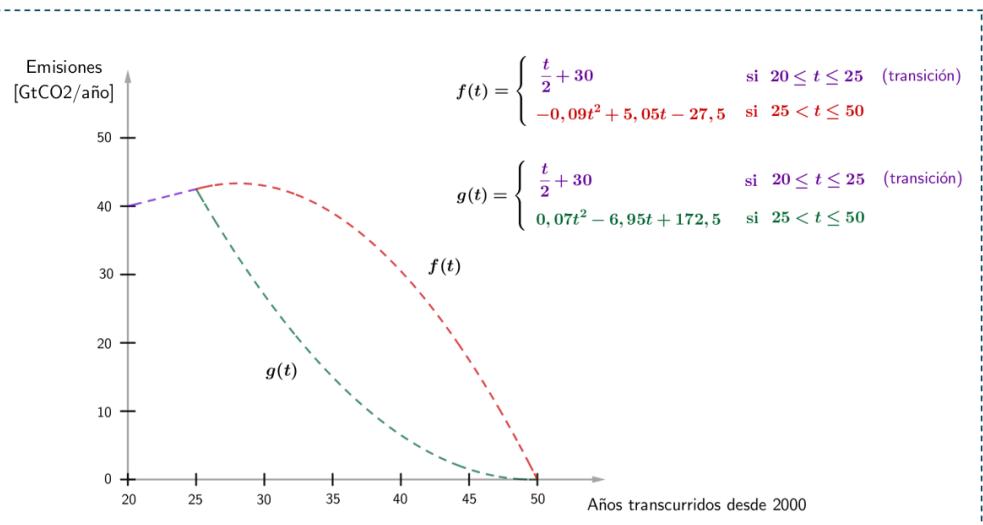
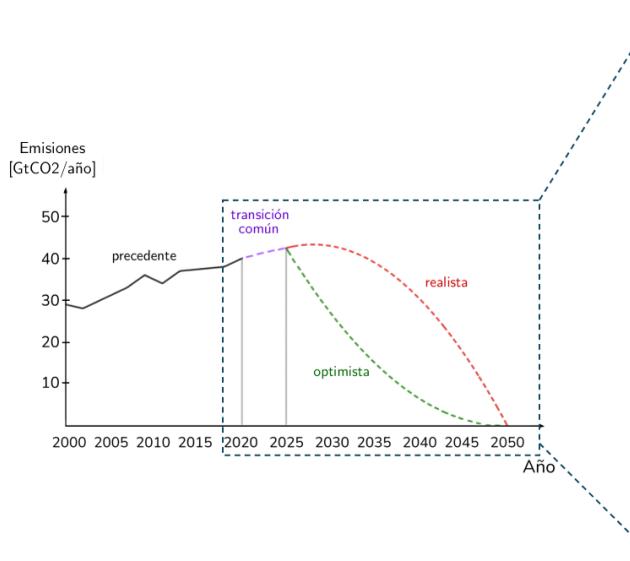
Presentación del problema



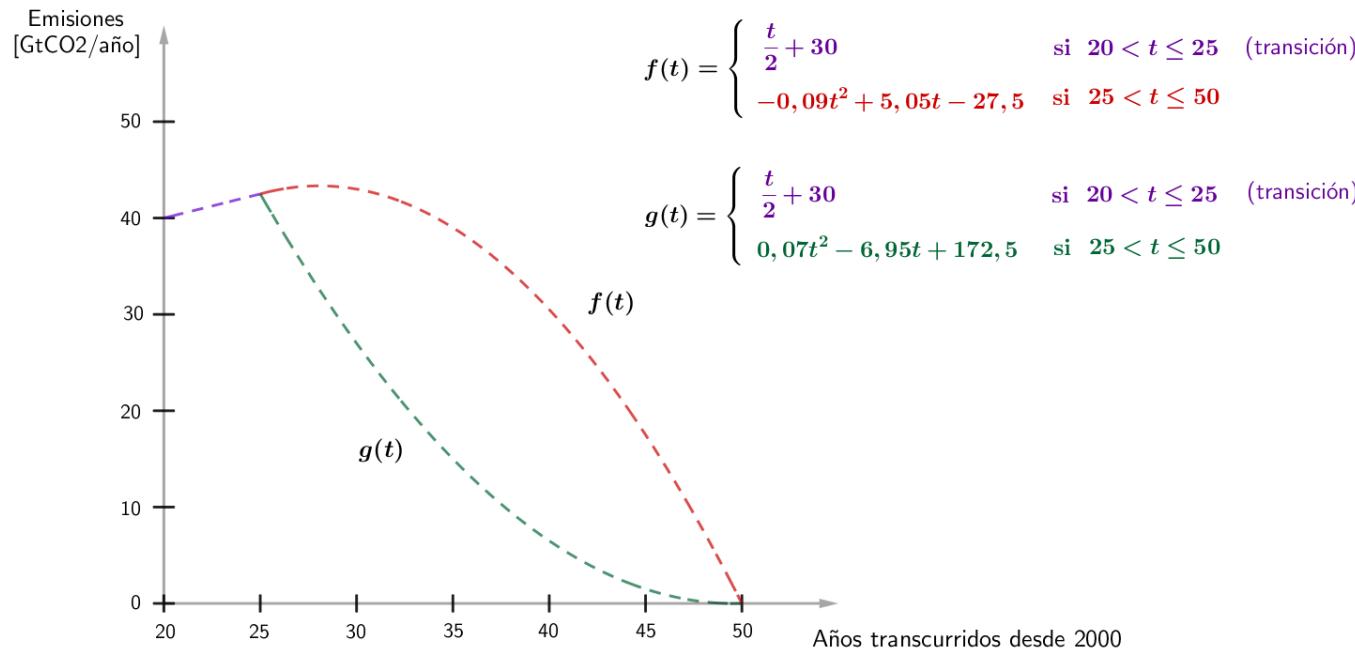
¿Cómo podemos calcular la cantidad de CO2 acumulada en el período 2020 - 2050 para estos dos escenarios?

Funciones que describen los escenarios

Usaremos funciones por partes para modelar los escenarios optimista y realista



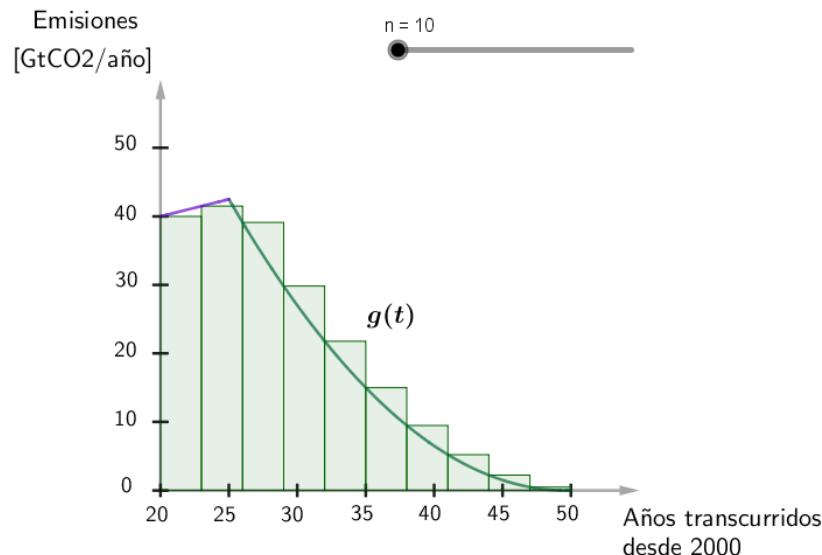
Funciones que describen los escenarios



¿De qué manera podemos estimar la cantidad de CO₂ acumulada en cada escenario?

Área bajo la curva

El gráfico muestra las emisiones netas de CO₂ a **lo largo del tiempo**, de manera que el **área bajo la curva** representa **las emisiones acumuladas** para todo este período.

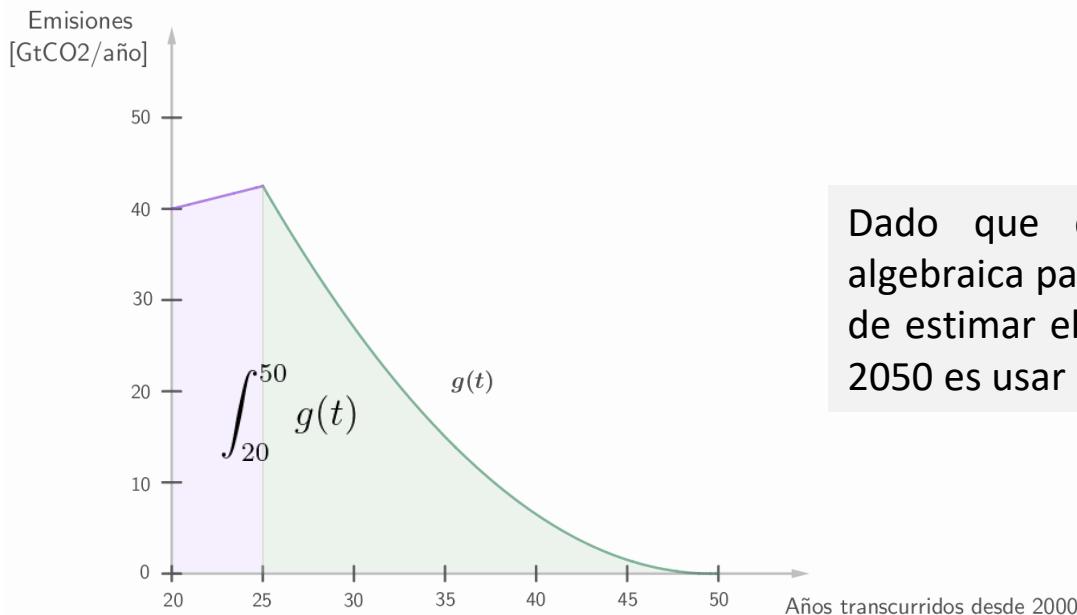


Notemos que cada rectángulo tiene una altura cuya medida corresponde a [GtCO₂ / año] mientras que su base a [años]. Luego, como el área de cada rectángulo es el producto de su base por la altura, el cálculo del área tendrá las siguientes unidades,

$$A = \text{base} \cdot \text{altura} = \left[\frac{\text{GtCO}_2}{\text{año}} \right] \cdot [\text{año}] = [\text{GtCO}_2]$$

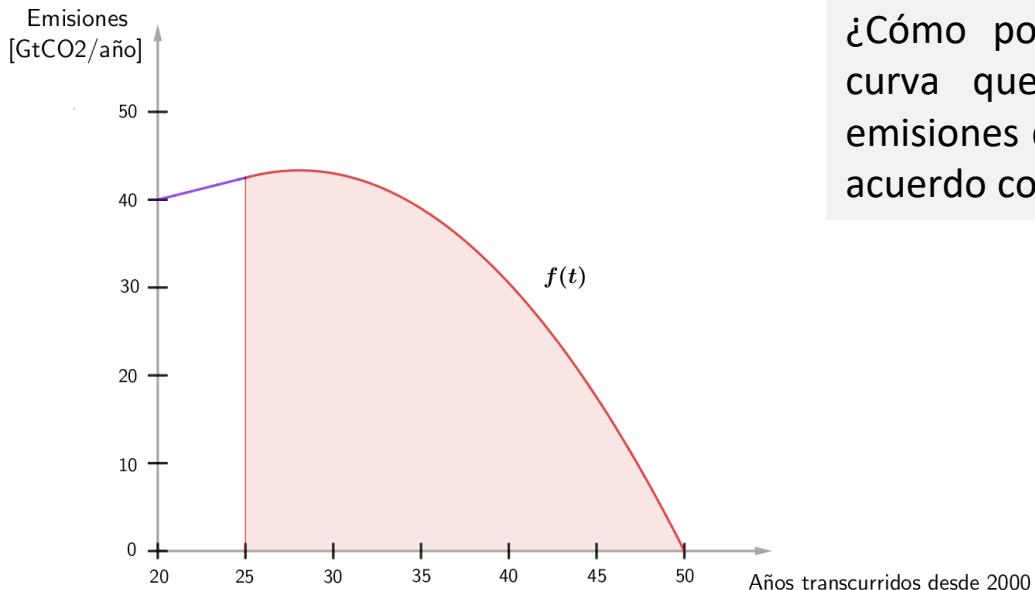
[Recurso Geogebra](#)

Área bajo la curva



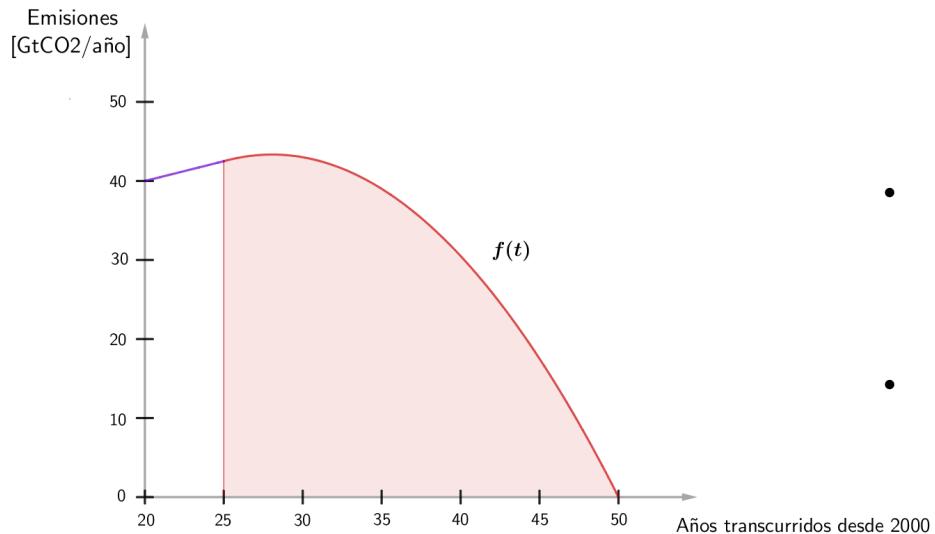
Dado que contamos con la expresión algebraica para cada escenario, una manera de estimar el total acumulado hasta el año 2050 es usar la integral.

Escenario realista



¿Cómo podemos determinar el área bajo la curva que permite estimar la cantidad de emisiones de CO₂ en el período 2025 – 2050 de acuerdo con el modelo realista?

Escenario realista



- En este período (2025 – 2050), la curva del escenario realista está descrita por la función

$$f(t) = -0,09 t^2 + 5,05t - 27,5$$

- Para calcular la integral debemos encontrar una antiderivada de $f(t)$, es decir, una función $F(t)$ tal que

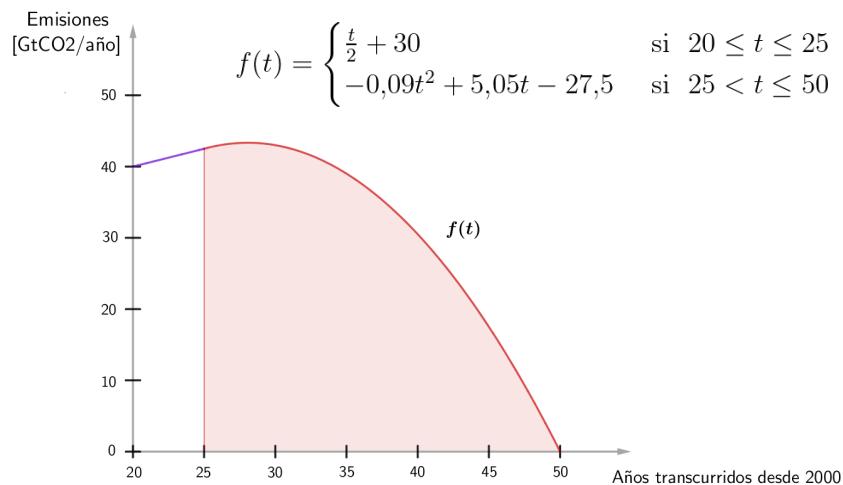
$$F'(t) = f(t)$$

- De esta forma, la integral definida de $f(t)$ en el intervalo 2025 – 2050 está dada por

$$\int_{25}^{50} f(t) dt = F(50) - F(25)$$

Actividad 1

El siguiente gráfico muestra las emisiones netas de en el escenario realista para el período 2020-2050 (se muestra pintado de rojo la cantidad de acumulada entre 2025 y 2050).



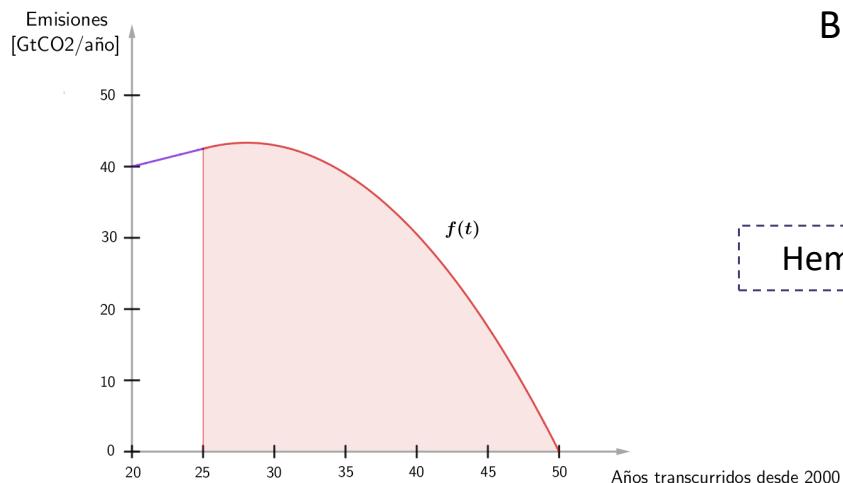
Al ser una función por partes, para calcular lo acumulado desde el 2020 al 2050, podemos calcular lo acumulado desde el año 2020 al 2025 y sumarle lo acumulado desde el 2025 hasta el 2050.

1. Calcula una antiderivada de la función $f(t)$, considerando solamente el período 2025-2050 del escenario realista.
2. Usando la antiderivada anterior, calcula la cantidad de CO₂ acumulada entre 2025 y 2050 en este escenario.

Actividad 1

- Calcula una antiderivada de la función $f(t)$, considerando solamente el período 2025-2050 del escenario realista.

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + 30 & \text{si } 20 \leq t \leq 25 \\ -0,09t^2 + 5,05t - 27,5 & \text{si } 25 < t \leq 50 \end{cases}$$



Buscamos una función $F(t)$ tal que $F'(t) = f(t)$

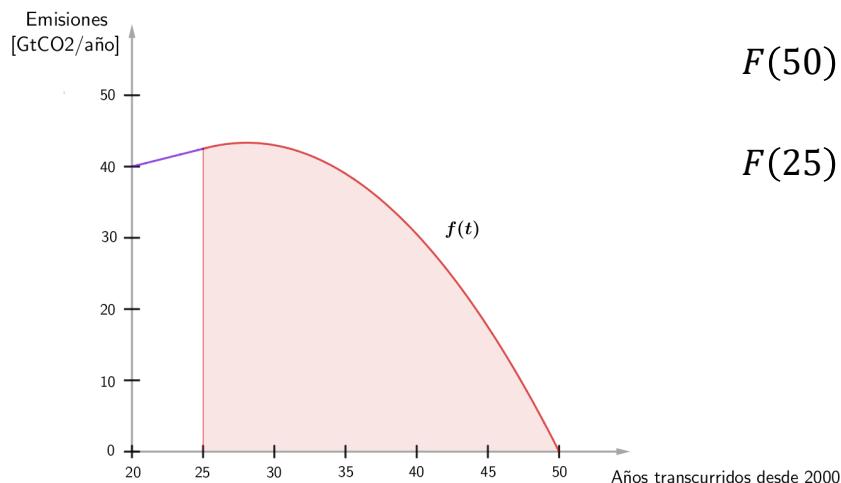
$$F(t) = \frac{-0,09}{3}t^3 + \frac{5,05}{2}t^2 - 27,5t$$

Hemos usado la fórmula para la antiderivada de un polinomio

Actividad 1

2. Usando la antiderivada anterior, calcula la cantidad de CO₂ acumulada entre 2025 y 2050 en este escenario.

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + 30 & \text{si } 20 \leq t \leq 25 \\ -0,09t^2 + 5,05t - 27,5 & \text{si } 25 < t \leq 50 \end{cases}$$



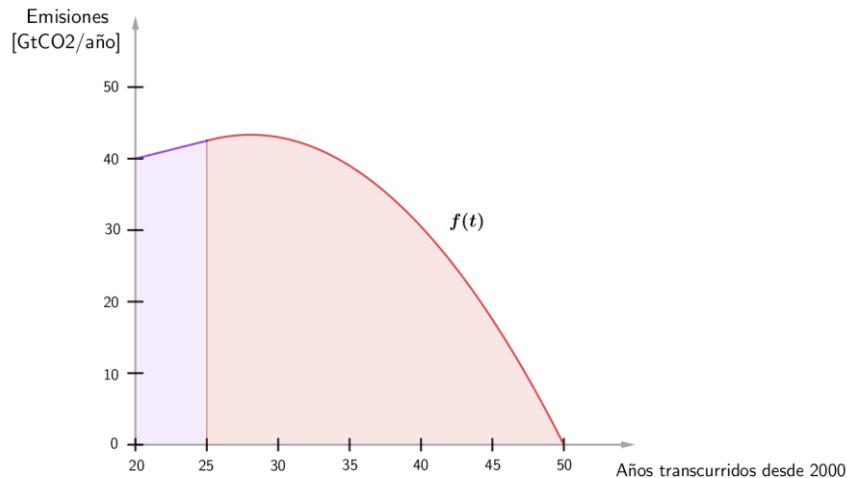
$$F(50) = \frac{-0,09}{3} 50^3 + \frac{5,05}{2} 50^2 - 27,5 \cdot 50 = 1187,5 \text{ GtCO}_2$$

$$F(25) = \frac{-0,09}{3} 25^3 + \frac{5,05}{2} 25^2 - 27,5 \cdot 25 = 421,87 \text{ GtCO}_2$$

$$\int_{25}^{50} f(t) dt = F(50) - F(25) = 765,63 \text{ GtCO}_2$$

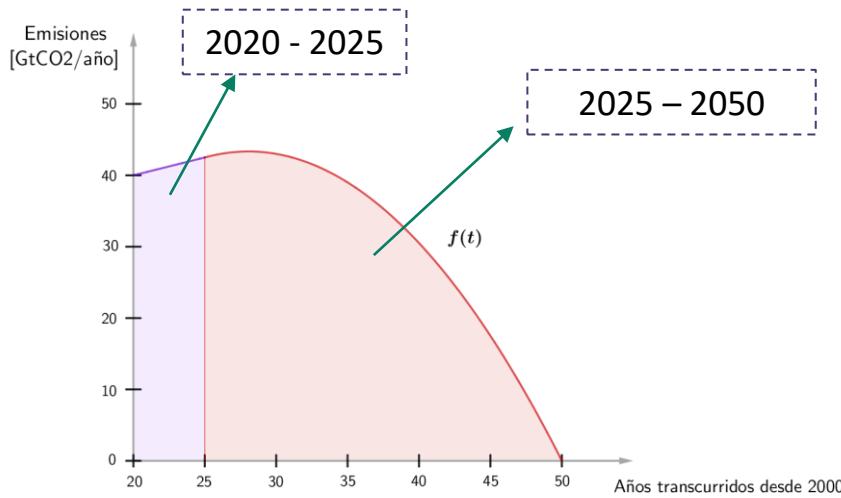
Escenario realista

¿Cómo determinar las emisiones acumuladas en el escenario realista, en todo del período? (desde 2020 a 2050)



Escenario realista

¿Cómo determinar las emisiones acumuladas en el escenario realista, en todo del período? (desde 2020 a 2050)



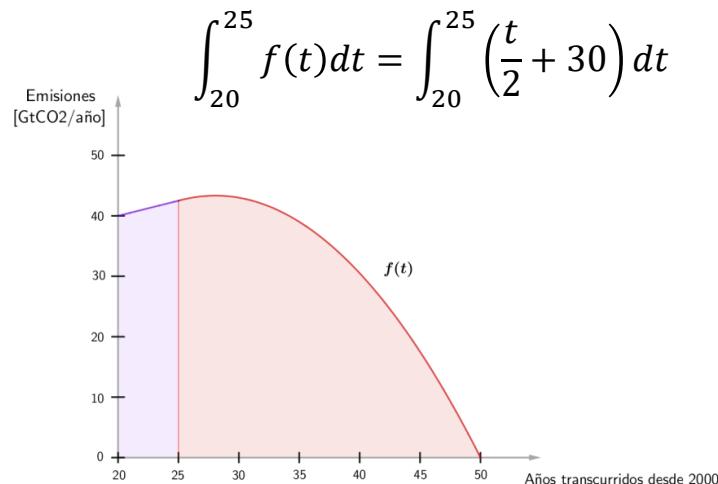
Aún debemos calcular la integral de la función $f(t)$ en el período entre 2020 y 2025. Es decir,

$$\int_{20}^{25} f(t) dt = \int_{20}^{25} \left(\frac{t}{2} + 30 \right) dt$$

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + 30 & \text{si } 20 \leq t \leq 25 \\ -0,09t^2 + 5,05t - 27,5 & \text{si } 25 < t \leq 50 \end{cases}$$

Escenario realista

¿Cómo determinar las emisiones acumuladas en el escenario realista, en todo del período? (desde 2020 a 2050)



Buscamos una función $F(t)$ tal que $F'(t) = f(t)$

$$F(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} t^2 + 30 t = \frac{1}{4} \cdot t^2 + 30 t$$

Evaluamos la antiderivada en los límites del período

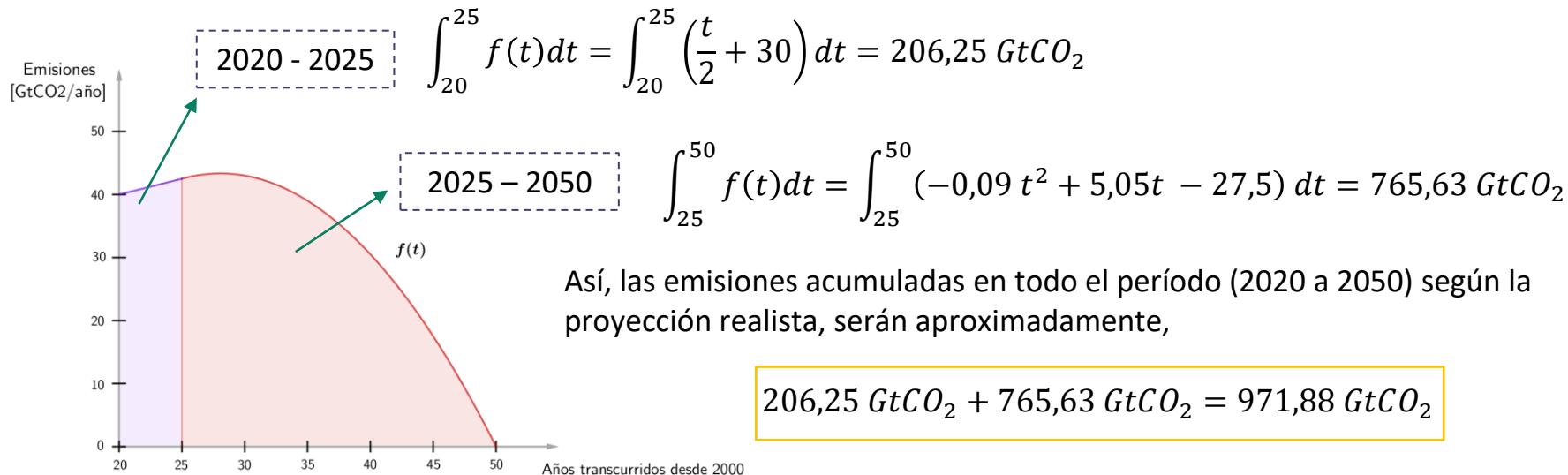
$$F(25) = \frac{1}{4} \cdot 25^2 + 30 \cdot 25 = 906,25 \text{ GtCO}_2$$

$$F(20) = \frac{1}{4} \cdot 20^2 + 30 \cdot 20 = 700 \text{ GtCO}_2$$

$$\int_{20}^{25} f(t) dt = F(25) - F(20) = 206,25 \text{ GtCO}_2$$

Escenario realista

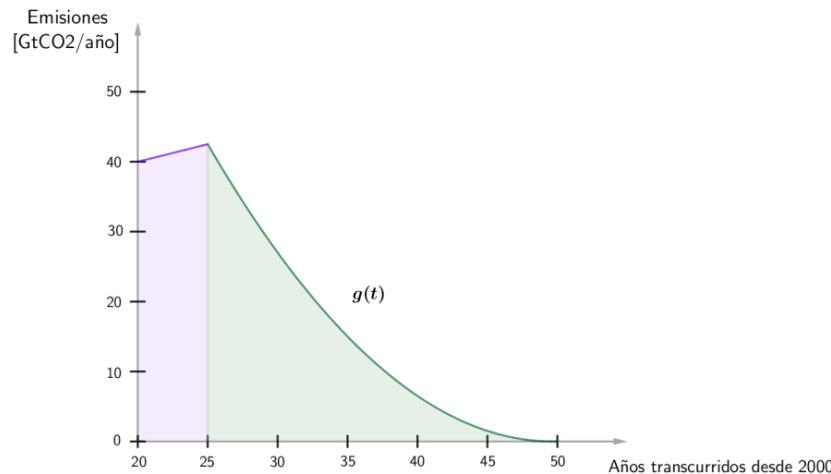
¿Cómo determinar las emisiones acumuladas en el escenario realista, en todo del período? (desde 2020 a 2050)



Actividad 2

Considera la proyección de las emisiones para el **escenario optimista**, que está descrito por la expresión algebraica:

$$g(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + 30 & \text{si } 20 \leq t \leq 25 \\ 0,07t^2 - 6,95t + 172,5 & \text{si } 25 < t \leq 50 \end{cases}$$

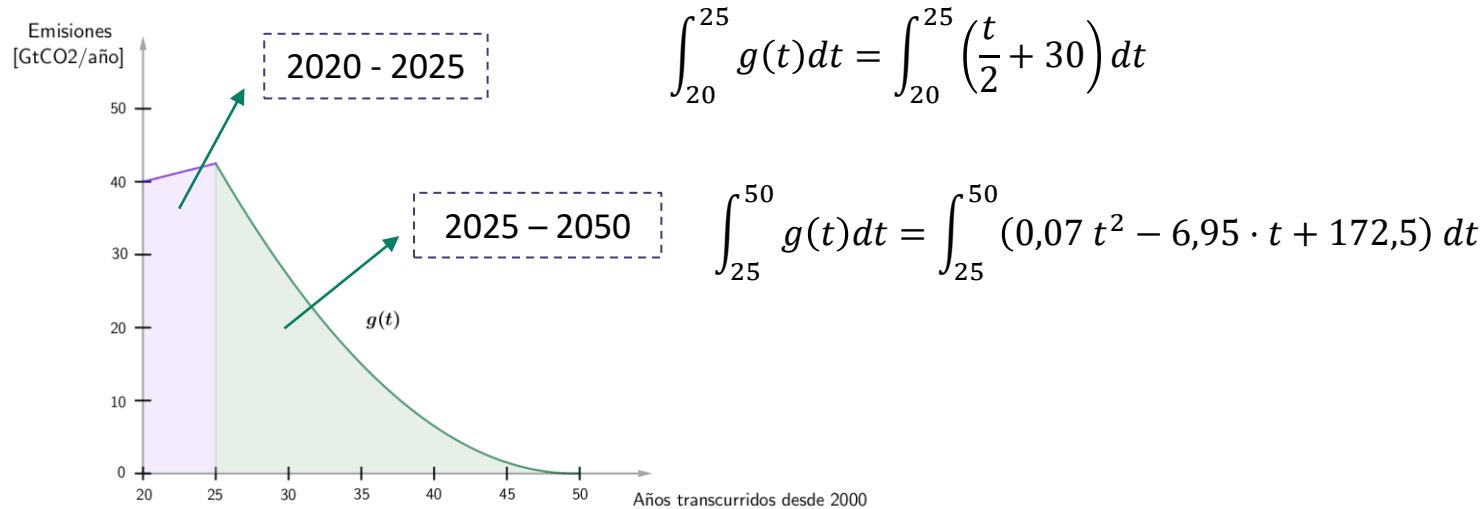


1. Calcula las emisiones acumuladas de CO₂ entre 2020 y 2050 que se obtienen calculando el área bajo la curva, de acuerdo con el modelo matemático propuesto para el escenario optimista. Expresa tus cálculos usando dos cifras decimales.

2. Compara las emisiones netas de ambos escenarios, ¿qué puedes concluir acerca de las probabilidades de limitar el alza de temperatura a 1,5°C?

Actividad 2

1. Calcula las emisiones acumuladas de CO₂ entre 2020 y 2050 que se obtienen calculando el área bajo la curva, de acuerdo con el modelo matemático propuesto para el escenario optimista. Expresa tus cálculos usando dos cifras decimales.

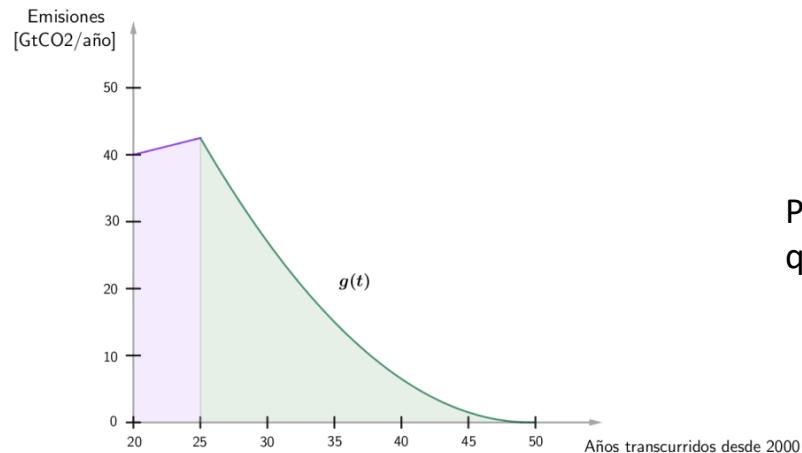


$$g(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + 30 & \text{si } 20 \leq t \leq 25 \\ 0,07t^2 - 6,95t + 172,5 & \text{si } 25 < t \leq 50 \end{cases}$$

Actividad 2

1. Calcula las emisiones acumuladas de CO₂ entre 2020 y 2050 que se obtienen calculando el área bajo la curva, de acuerdo con el modelo matemático propuesto para el escenario optimista. Expresa tus cálculos usando dos cifras decimales.

$$g(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + 30 & \text{si } 20 \leq t \leq 25 \\ 0,07t^2 - 6,95t + 172,5 & \text{si } 25 < t \leq 50 \end{cases}$$



Recordemos que en el período 2020 a 2025 ambos escenarios son iguales. Es decir,

$$\int_{20}^{25} g(t)dt = \int_{20}^{25} \left(\frac{t}{2} + 30\right) dt = 206,25 \text{ GtCO}_2$$

Para el período 2025 a 2050 buscamos una función $G(t)$ tal que $G'(t) = g(t)$,

$$G(t) = \frac{0,07}{3}t^3 - \frac{6,95}{2}t^2 + 172,5 \cdot t$$

Actividad 2

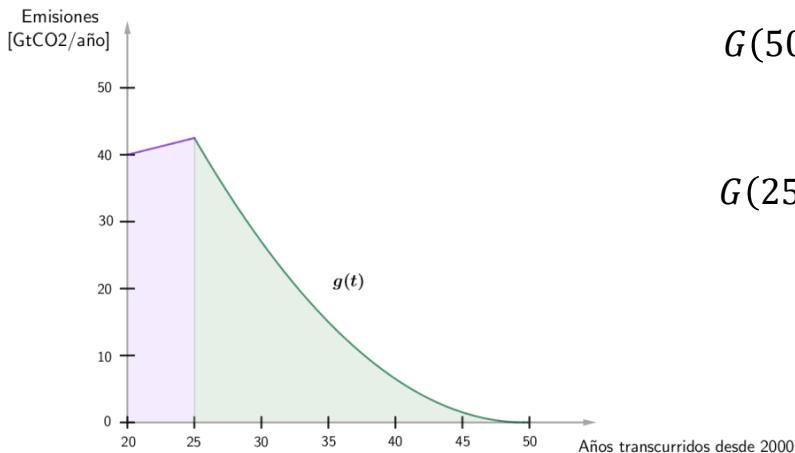
1. Calcula las emisiones acumuladas de CO₂ entre 2020 y 2050 que se obtienen calculando el área bajo la curva, de acuerdo con el modelo matemático propuesto para el escenario optimista. Expresa tus cálculos usando dos cifras decimales.

$$g(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + 30 & \text{si } 20 \leq t \leq 25 \\ 0,07t^2 - 6,95t + 172,5 & \text{si } 25 < t \leq 50 \end{cases}$$

Evaluamos la antiderivada en los límites del período

$$G(50) = \frac{0,07}{3} 50^3 - \frac{6,95}{2} 50^2 + 172,5 \cdot 50 = 2851,17 \text{ GtCO}_2$$

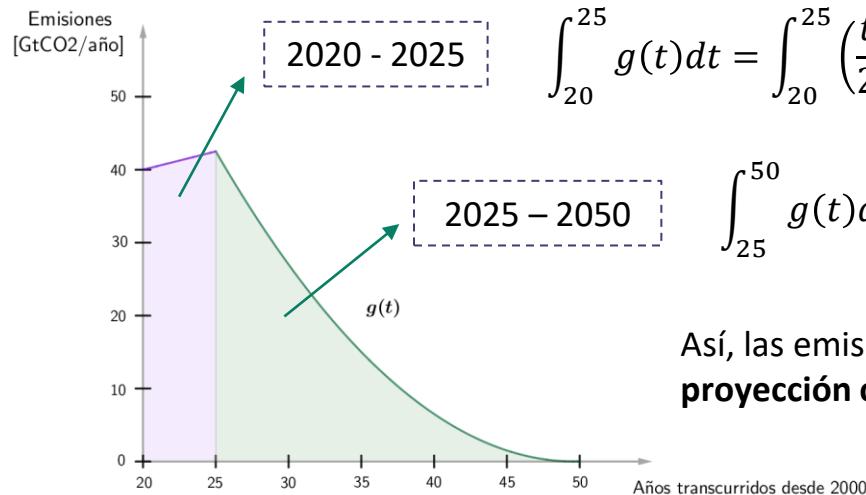
$$G(25) = \frac{0,07}{3} 25^3 - \frac{6,95}{2} 25^2 + 172,5 \cdot 25 = 2505,21 \text{ GtCO}_2$$



$$\int_{25}^{50} g(t) dt = G(50) - G(25) = 345,96 \text{ GtCO}_2$$

Actividad 2

1. Calcula las emisiones acumuladas de CO₂ entre 2020 y 2050 que se obtienen calculando el área bajo la curva, de acuerdo con el modelo matemático propuesto para el escenario optimista. Expresa tus cálculos usando dos cifras decimales.



$$\int_{20}^{25} g(t)dt = \int_{20}^{25} \left(\frac{t}{2} + 30\right) dt = 206,25 \text{ GtCO}_2$$

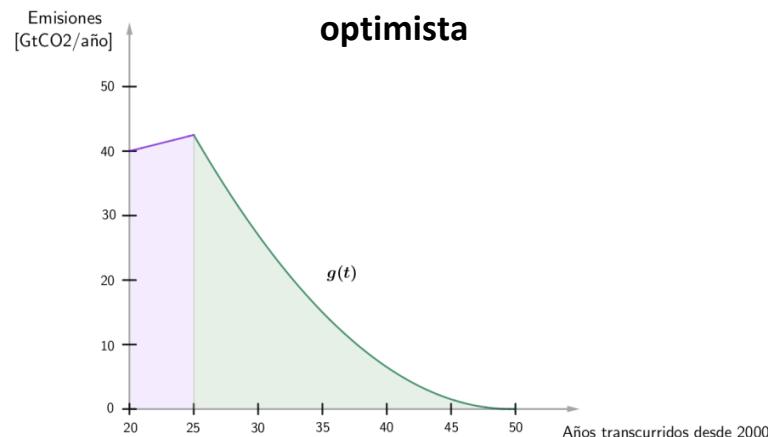
$$\int_{25}^{50} g(t)dt = \int_{25}^{50} (0,07 t^2 - 6,95 \cdot t + 172,5) dt = 345,96 \text{ GtCO}_2$$

Así, las emisiones acumuladas en todo el período (2020 a 2050) según la **proyección optimista**, serán aproximadamente,

$$206,25 \text{ GtCO}_2 + 345,96 \text{ GtCO}_2 = 552,21 \text{ GtCO}_2$$

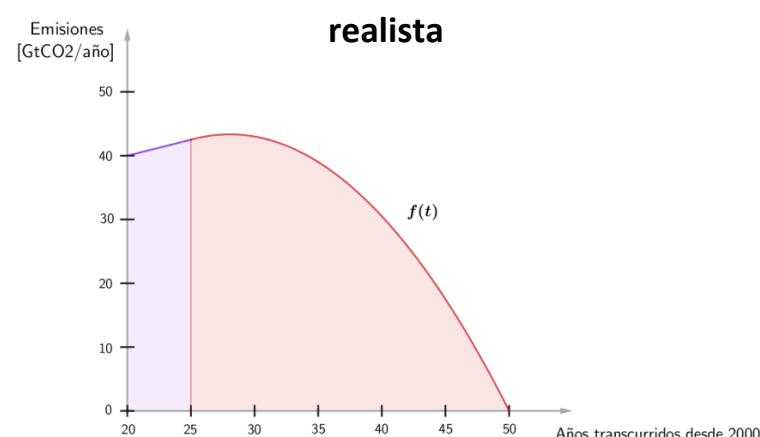
Actividad 2

2. Compara las emisiones netas de ambos escenarios, ¿qué puedes concluir acerca de las probabilidades de limitar el alza de temperatura a 1,5°C?



Emisiones acumuladas (2020 a 2050)

552,21 GtCO₂



Emisiones acumuladas (2020 a 2050)

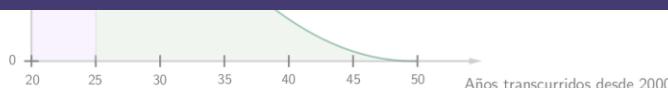
971,88 GtCO₂

Actividad 2

2. Compara las emisiones netas de ambos escenarios, ¿qué puedes concluir acerca de las probabilidades de limitar el alza de temperatura a 1,5°C?

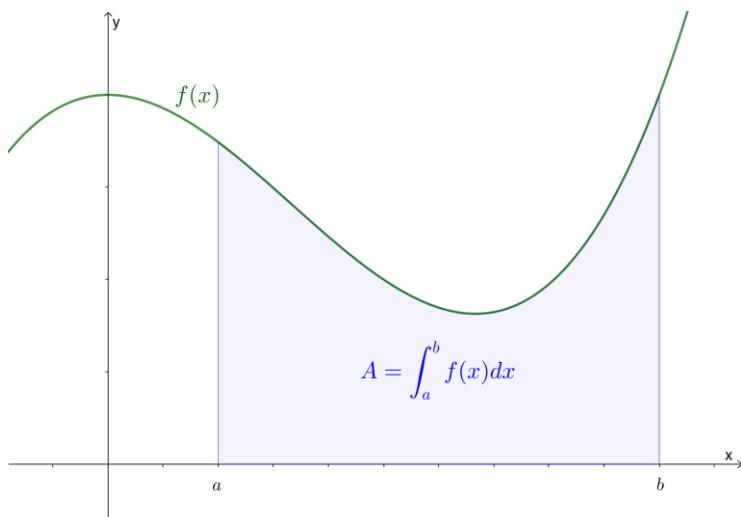


Las emisiones del escenario realista son casi el doble que las del optimista, **aun cuando inician y terminan en el mismo nivel de emisiones netas**. Es decir, **no da lo mismo** la manera en que se alcanza la meta de cero emisiones para el 2050. Estas diferencias en las emisiones de CO₂ en ambos escenarios, podrían impactar directamente en la posibilidad de mantener los 1,5°C de aumento de temperatura de la Tierra en 2050.



Conclusiones

- Para calcular una integral definida se puede realizar el siguiente procedimiento



1. Encontrar una antiderivada de la función $f(x)$. Es decir, una función $F(x)$ en la que se cumple que,

$$F'(x) = f(x)$$

2. Evaluar la antiderivada en los límites superior e inferior y restarlos,

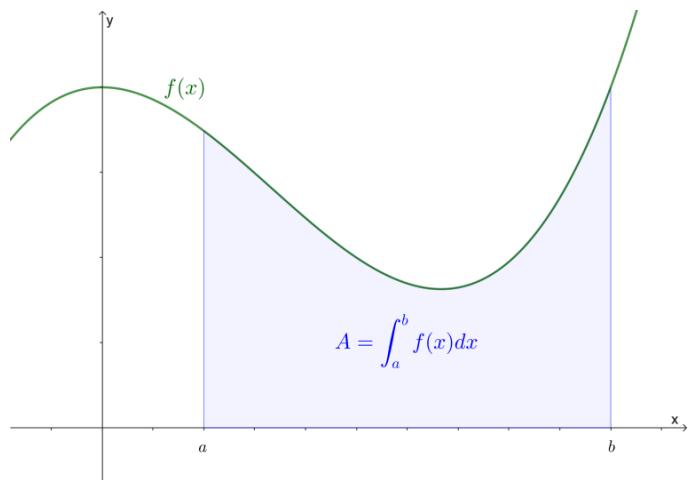
$$F(b) - F(a)$$

3. El valor de la integral definida corresponde a esta última expresión,

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Conclusiones

- La integral definida es un concepto en cálculo que se utiliza para calcular el área bajo la curva de una función en un intervalo específico.



Se denota comúnmente como $\int_a^b f(x)dx$ donde $f(x)$ es la función que describe la curva y a y b son los límites superior e inferior del intervalo.

Conclusiones

En esta actividad usamos el hecho de que para un polinomio de la forma:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

Donde $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ son constantes, su antiderivada queda definida por,

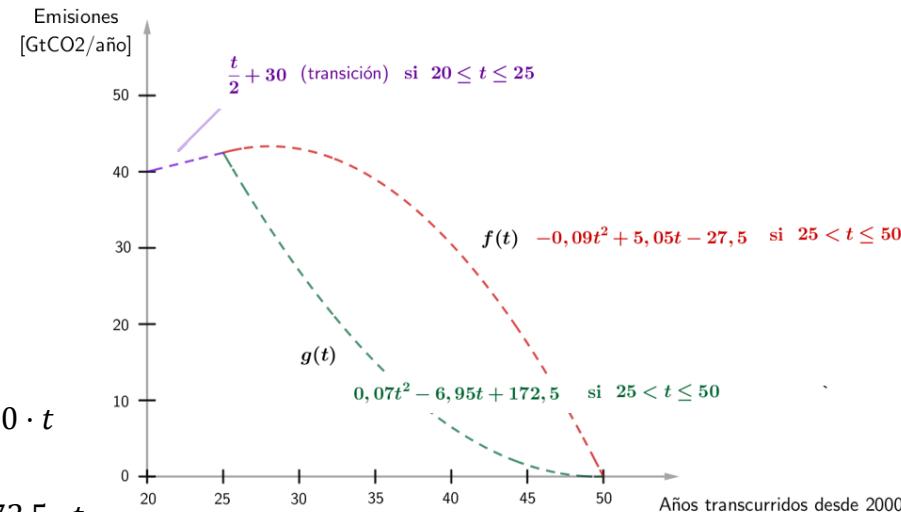
$$F(x) = \frac{a_n}{n+1} x^{n+1} + \frac{a_{n-1}}{n} x^n + \cdots + \frac{a_1}{2} x^2 + a_0 x + C$$

Donde C es una constante. Antiderivadas que utilizamos:

$$g(t) = f(t) = \left(\frac{t}{2} + 30\right) \longrightarrow G(t) = F(t) = \frac{t^2}{4} + 30 \cdot t$$

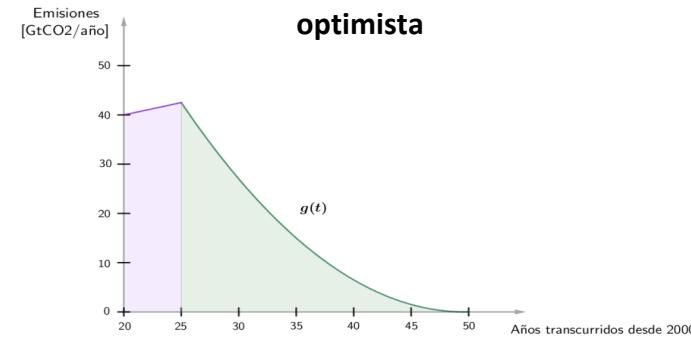
$$g(t) = 0,07 t^2 - 6,95 \cdot t + 172,5 \longrightarrow \frac{0,07}{3} t^3 - \frac{6,95}{2} t^2 + 172,5 \cdot t$$

$$f(t) = -0,09 t^2 + 5,05t - 27,5 \longrightarrow \frac{-0,09}{3} t^3 + \frac{5,05}{2} t^2 - 27,5 t$$



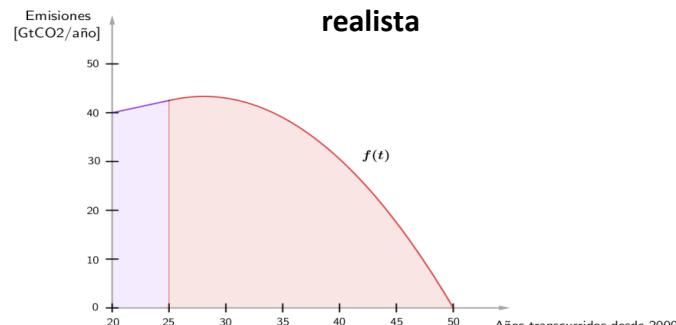
Conclusiones

- Pudimos constatar que las emisiones del escenario realista son casi el doble que las del optimista, **aun cuando inician y terminan en el mismo nivel de emisiones netas**. Es decir, no sólo es importante alcanzar la meta de cero emisiones para 2050, **sino que también la manera en que se alcanzará la meta también lo es**. Las diferencias en las emisiones de CO₂ en ambos escenarios, podrían impactar directamente en la posibilidad de mantener los 1,5° C de aumento de temperatura de la Tierra en 2050.



Emisiones acumuladas (2020 a 2050)

552,21 GtCO₂



Emisiones acumuladas (2020 a 2050)

971,88 GtCO₂



Emisiones de CO2



CMM Edu
Laboratorio de Educación
Centro de Modelamiento
Matemático

 **UNESCO**
Organización
de las Naciones Unidas
para la Educación, la Ciencia
y la Cultura
• Centro UNESCO
• Formación de Docentes para
la Sustentabilidad en el Siglo XXI
• Universidad de Chile

