



MATEMÁTICA CONECTADA

GUÍA DOCENTE

Lección 6 – Unidad Funciones

VISIÓN GLOBAL

Objetivo de la lección

Comprender cómo se comportan diferentes funciones al analizar cómo cambia la variable dependiente cuando la variable independiente cambia de forma constante, y reconocer que las funciones afines se caracterizan por tener una tasa de cambio constante.

Lugar de la lección en la unidad

Luego de haber introducido la noción de función y sus distintas formas de representación, esta lección se centra en identificar las funciones afines como aquellas en las que la tasa de cambio es constante. En la próxima lección, se profundizará en cómo interpretar gráficamente esa tasa de cambio y su relación con la pendiente de la recta.

Tareas matemáticas

- T1. Conjeturar el comportamiento de una variable dependiente cuando la variable independiente aumenta en forma constante, basándose en las propiedades geométricas del contexto.
- T2. Calcular cambios en la variable entre valores sucesivos dados en una tabla.
- T3. Reconocer, a partir de una tabla de valores, que algunas funciones presentan un cambio constante en la variable dependiente cuando la variable independiente cambia en forma constante.
- T4. Analizar variaciones en una tabla de valores para concluir si una función es o no afín.
- T5. Calcular la tasa de cambio de una función para diferentes pares de valores.
- T6. Reconocer que las funciones afines tienen una tasa de cambio constante.

Panorama lección

En la Actividad de activación, los estudiantes conjeturan cómo varía la altura h en función del volumen V al llenar una probeta y un matraz, basándose en las propiedades geométricas de cada recipiente (T1). Luego, contrastan estas conjeturas con lo que observan en recursos interactivos que simulan el llenado de ambos recipientes.

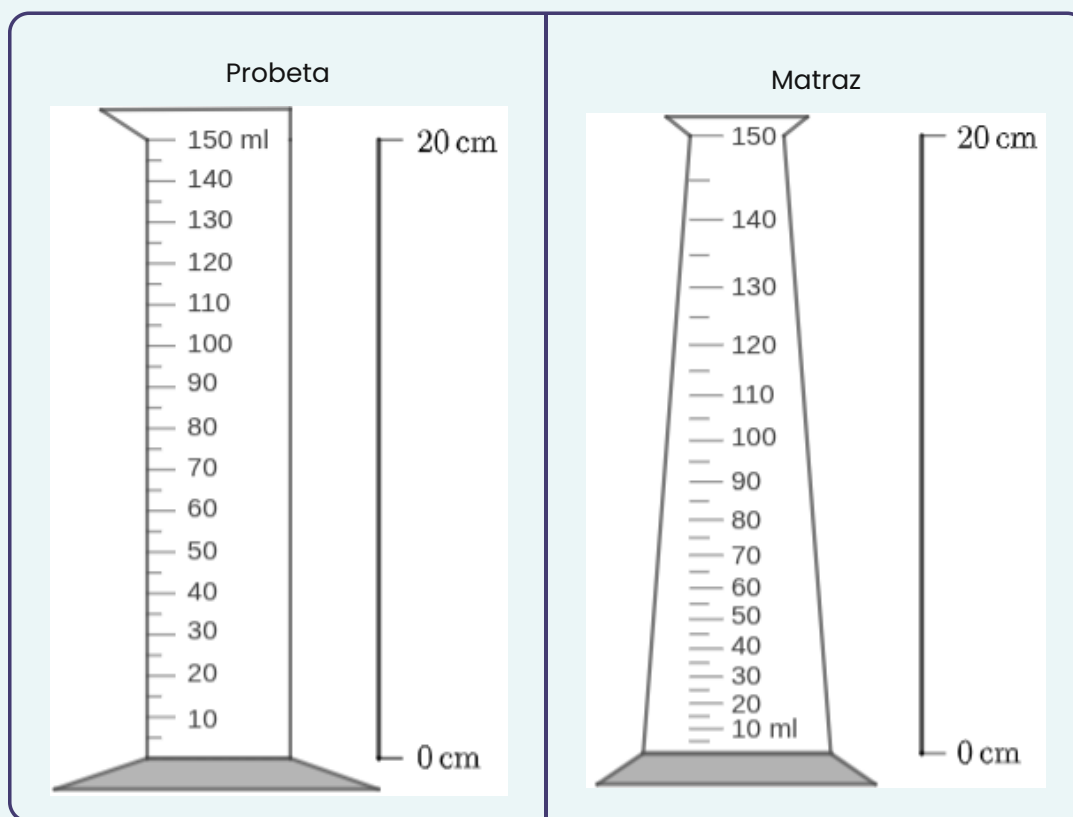
En la Actividad 1, a partir de la tabla de la probeta, calculan los cambios sucesivos en la altura conforme aumenta el volumen, y reconocen que estos cambios son constantes, caracterizando este tipo de funciones como una función afín (T2 y T3).

En la Actividad 2, registran los cambios ΔV y Δh para el matraz, y concluyen que la función que relaciona la altura con el volumen no es afín, dado que los cambios en la altura no son constantes (T4).

Finalmente, en la Actividad 3, calculan las tasas de cambio $\frac{\Delta h}{\Delta V}$ para distintos intervalos y reconocen que las funciones afines presentan una tasa de cambio constante, mientras que otras funciones no (T5 y T6).

ACTIVACIÓN

En un experimento, se van a llenar una probeta y un matraz echando la misma cantidad de líquido cada vez. Los dos tienen la misma altura (20 cm) y pueden contener la misma cantidad de líquido (150 ml), pero tienen formas diferentes: la probeta tiene forma de cilindro y el matraz tiene forma de cono truncado, como se muestra en la siguiente imagen.



La altura h (en cm) que alcanza el líquido que se echa en cada recipiente depende de su volumen V (en ml), de modo que h es función de V .

- 1 Expliquen por qué se puede afirmar que la altura h es función del volumen V .



Respuesta experta

La altura es una función del volumen porque a cada cantidad de volumen le corresponde una sola altura posible.

2 ¿Cómo creen que cambia la altura del líquido en la probeta cuando echamos la misma cantidad en cada ocasión? Expliquen su respuesta fijándose en la forma de la probeta.

 **Respuesta experta**

Como la probeta tiene forma de cilindro, su diámetro es siempre el mismo, lo que hace que, al agregar la misma cantidad de líquido en cada ocasión, el valor en que aumenta la altura sea siempre el mismo.

3 ¿Cómo creen que cambia la altura del líquido en el matraz cuando echamos la misma cantidad en cada ocasión? Expliquen su respuesta fijándose en la forma del matraz.

 **Respuesta experta**

En el matraz, como tiene forma de cono truncado que se va haciendo más angosto hacia arriba, al agregar la misma cantidad de líquido en cada ocasión, el valor en que aumenta la altura es cada vez mayor.

GESTIÓN – ACTIVACIÓN

Inicio de la lección

Comente a los estudiantes que el objetivo de esta clase es identificar un tipo especial de función. Para ello, comenzarán analizando un experimento en el que deben pensar cómo la altura del líquido varía en dos recipientes diferentes, a medida que se va añadiendo la misma cantidad de líquido en cada uno.

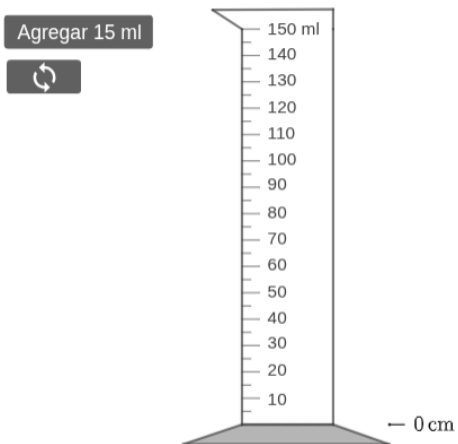
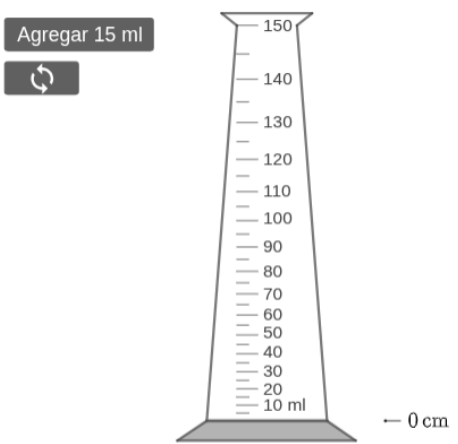
Guiando la activación

Inicie la actividad y enfatice en la importancia de considerar la diferencia en la forma de los recipientes para analizar cómo debería variar la altura del líquido al agregar la misma cantidad en cada ocasión.

Organice una discusión de curso completo en la que los estudiantes reconozcan que:

- La altura h es función del volumen V , ya que para cada valor del volumen del líquido, la altura que alcanza en cada recipiente es única (¿Cuál es la definición de función?, en cada recipiente, ¿para cada valor del volumen pueden haber dos alturas?).
- Por la forma de cilindro de la probeta, al agregar una misma medida de líquido en cada ocasión, la altura aumenta siempre en la misma cantidad (¿Qué sucede con el “ancho” o diámetro de la probeta a medida que se agrega más líquido? ¿Cómo afecta eso la altura que alcanza el líquido?).
- En el caso del matraz, al tener forma de cono truncado con un “ancho” o diámetro que disminuye hacia la parte superior, agregar la misma cantidad de líquido hace que la altura aumente cada vez más (¿Qué sucede con el diámetro del matraz a medida que se agrega más líquido?, ¿cómo afecta eso en la altura que alcanza el líquido cada vez que se agregan más medidas de líquido?).

Proyecte las siguientes simulaciones para mostrar cómo varía la altura en cada recipiente cuando se agrega 15 ml en cada ocasión. Pídales que comparen con sus respuestas anteriores.

Simulación probeta	Simulación matraz
https://www.geogebra.org/m/m5qref5w	https://www.geogebra.org/m/frwxduuh
	

- Los estudiantes podrían decir "ancho" en lugar de "diámetro", ya que pueden desconocer este término. Lo importante es que comprendan que esta medida es constante en la probeta y variable en el matraz, y que relacionen esto con la manera en que cambia la altura del líquido en cada frasco.
- Algunos estudiantes podrían enfocarse en la altura de cada recipiente en cada momento, en lugar de analizar cómo varía la altura entre un momento y otro (Fíjate cuánto aumenta la altura cada vez que agregamos líquido, ¿es siempre igual? ¿Por qué?)
- Es importante tener en cuenta que, en esta actividad, se espera conjeturar cualitativamente sobre el cambio en la altura; por lo tanto, no debe adelantarse un análisis numérico. Esto se realizará en la siguiente actividad.

Lo que debemos recordar para esta lección

Destaque las ideas matemáticas que deben tener en cuenta durante esta lección:

- En cada recipiente, la altura h del líquido es una función de su volumen V . Representaremos estas funciones como f para la probeta y g para el matraz:

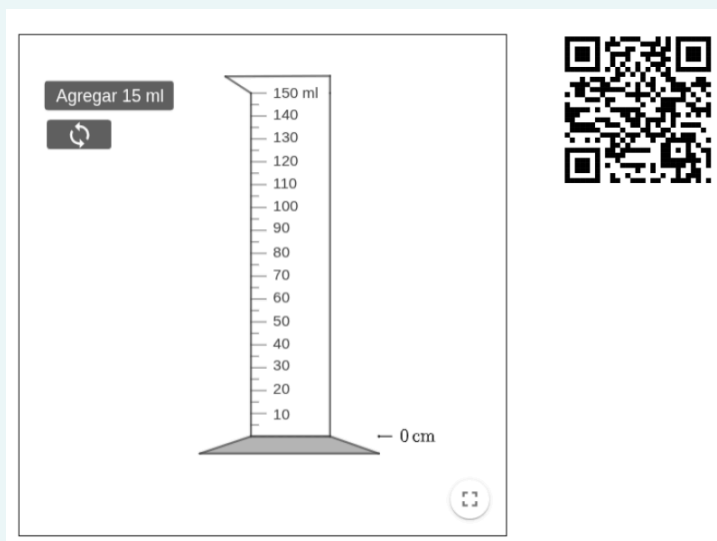
$$\text{Probeta: } h = f(V)$$

$$\text{Matraz: } h = g(V)$$

- En ambos casos, la altura h del líquido cambia a medida que cambia su volumen V . Sin embargo, la forma en que la altura cambia depende de la forma del recipiente:
- La **probeta** es un cilindro, por eso su diámetro no cambia. Al agregar la misma cantidad de líquido cada vez, **la altura siempre aumenta igual**.
- El **matraz** tiene forma de cono truncado, con un diámetro que se reduce hacia arriba. Por eso, al agregar la misma cantidad de líquido, **la altura aumenta cada vez más**.

ACTIVIDAD 1

El siguiente recurso simula cómo se llena una probeta y muestra cómo cambia la altura (en cm) cada vez que el volumen del líquido aumenta en 15 ml.



1 Usa este recurso para completar la tabla con la altura que alcanza el líquido para cada volumen indicado. Luego, en los recuadros bajo las flechas, escribe cuánto aumenta la altura cada vez que se agregan 15 ml al recipiente.

		15	15	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]
V (ml)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150		
h (cm)													



Respuesta experta

		15	15	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]
V (ml)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150		
h (cm)	0	2	4	[6]	[8]	10	12	14	16	18	20		

+2 +2 [+2] [+2] [+2] [+2] [+2] [+2] [+2] [+2]

2 A partir de la tabla anterior, analiza lo que sucede cuando se llena la probeta:

- a. Cada vez que el volumen aumenta en 15 ml, ¿cuánto cambia la altura del líquido?
- a. ¿Por qué crees que la altura siempre aumenta lo mismo cada vez que se agregan 15 ml?



Respuesta experta

- a. Siempre que se agregan 15 ml, la altura aumenta en 2 cm.
- b. Esto ocurre por la forma cilíndrica de la probeta.

GESTIÓN – ACTIVIDAD 1

Objetivo

Analizar funciones en las que cambios constantes en la variable independiente producen cambios constantes en la variable dependiente, y reconocer que este comportamiento corresponde a una función afín.

Trabajo en grupos

Indique a sus estudiantes que usarán una simulación de GeoGebra para observar cómo cambia la altura del líquido al agregar siempre 15 ml de volumen.

Presente el ítem 1 y explique cómo llenar la tabla. Puede usar un ejemplo como este:

“Cuando el volumen es 15 ml, la altura es 2 cm. Al subir a 30 ml, la altura llega a 4 cm. Entonces, el cambio de volumen es $30 - 15 = 15$ ml, y el cambio de altura es $4 - 2 = 2$ cm.”

Explique que deben registrar los cambios de altura en los recuadros bajo las flechas. Verifique que completen correctamente la tabla. Luego pídale que respondan las preguntas del ítem 2.

Discusión curso completo

Invite a sus estudiantes a compartir sus respuestas y guíe una discusión en la que concluyan que:

- Cada vez que se agregan 15 ml de líquido a la probeta, la altura aumenta en 2 cm.
- Este patrón se repite porque la probeta tiene forma cilíndrica, por lo que volúmenes iguales ocupan siempre la misma altura.
- El análisis numérico (cálculo de diferencias) confirma lo anticipado en la actividad anterior sobre cómo debía cambiar la altura cuando el volumen aumentaba de forma constante.

Conclusiones

Cierre la actividad resumiendo los puntos clave de la discusión con el curso y relacione las respuestas de los estudiantes con las siguientes ideas:

- En la probeta, observamos que cambios constantes en el volumen V producen cambios constantes en la altura h .
- Para registrar y describir estos cambios, usaremos una notación especial.

Formalización

Para representar los cambios de las variables V y h , utilizaremos los símbolos ΔV y Δh , que se leen "delta V" y "delta h".

- Si el volumen cambia de V_1 a V_2 , entonces $\Delta V = V_2 - V_1$.
- Si la altura correspondiente cambia de h_1 a h_2 , entonces $\Delta h = h_2 - h_1$.

Por ejemplo, si el volumen cambia de 60 ml a 75 ml, entonces el cambio en el volumen es $\Delta V = 75 - 60 = 15$ ml. Y la altura correspondiente cambia de 8 cm a 10 cm, por lo que $\Delta h = 10 - 8 = 2$ cm.

- Para indicar los cambios en la tabla usamos flechas:
- Los valores sobre las **flechas superiores** representan los cambios en el volumen ΔV entre dos valores sucesivos de la tabla.
- Los valores bajo las **flechas inferiores** muestran los cambios Δh entre las alturas respectivas.

	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
V (ml)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
h (cm)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

- La función $h = f(V)$, que relaciona la altura h con el volumen V del líquido en la probeta, es una **función en la que cambios constantes ΔV generan cambios constantes Δh** .

Formalización

Una **función afín** es una función en la que cambios constantes en la variable independiente producen cambios constantes en la variable dependiente.

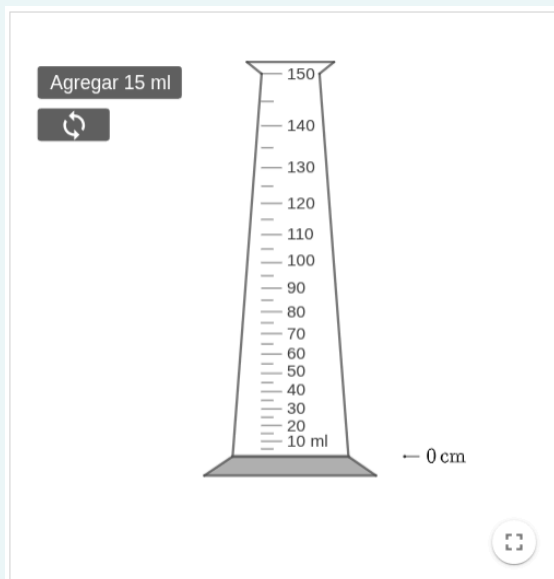
La función $h = f(V)$, asociada a la probeta, es un ejemplo de función afín.

Anticipaciones y sugerencias

- Al hablar del cambio en una variable numérica, es común usar palabras como “diferencia”, “variación” o “incremento”. Sin embargo, en este nivel es importante privilegiar dos términos clave:
- “Cambio”, para resaltar la idea de que una cantidad varía.
- “Diferencia”, para reforzar el aspecto del cálculo matemático asociado a ese cambio.

ACTIVIDAD 2

Este recurso simula cómo se llena un matraz. Muestra cómo varía la altura (en cm) del líquido cada vez que se agregan 15 ml de volumen.



- 1 Usa el recurso para completar la tabla con la altura h que alcanza el líquido para cada volumen V indicado. Luego, en los recuadros bajo las flechas, anota los cambios de altura Δh cada vez que se agregan $\Delta V = 15$ ml al recipiente.

		15	15	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]
		↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
V (ml)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	
h (cm)												
		↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗



Respuesta experta

		15	15	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]	[+15]
		↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
V (ml)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	
h (cm)	0	1.2	2.5	3.9	5.4	7.1	8.9	11	13.4	16.3	20	
		↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗
		1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.8	2	2.4	2.9	3.9	

2 A partir de la tabla anterior, analiza lo que sucede cuando se llena el matraz:

- Cada vez que el volumen aumenta en $\Delta V = 15$ ml, ¿qué sucede con los cambios de altura Δh en el matraz? ¿Es distinto a lo que ocurre en la probeta?
- ¿Por qué crees que la altura se comporta así en el matraz?



Respuesta experta

- Los cambios de altura Δh no son siempre los mismos, aumentan a medida que el volumen crece.
- Esto ocurre porque el matraz tiene una forma diferente a la probeta: su diámetro va disminuyendo, por lo que el líquido debe subir más para ocupar el mismo volumen.

3 ¿La función $h = g(V)$, que relaciona la altura h con el volumen V del líquido en el matraz, es una función afín?



Respuesta experta

La función $h = g(V)$ no es una función afín, ya que cambios constantes en la variable independiente V no generan cambios constantes en la variable dependiente h .

GESTIÓN - ACTIVIDAD 2

Objetivo

Analizar funciones en las que cambios constantes en la variable independiente no generan cambios constantes en la variable dependiente, reconociendo que este comportamiento no corresponde a una función afín.

Trabajo en grupos

Indique a sus estudiantes que usarán una simulación de GeoGebra para observar cómo cambia la altura del líquido en un matraz al agregar siempre 15 ml de volumen. Presente el ítem 1 y pídale que completen la tabla con los valores de h que muestra la simulación y con los cambios Δh . Luego, invítelos a utilizar esa información para responder el ítem 2 y el ítem 3.

Discusión de curso completo

Pida a los estudiantes que compartan sus respuestas y guíe una discusión en la que puedan concluir que:

- En el matraz, a diferencia de lo que ocurre con la probeta, los cambios constantes de volumen ΔV no generan cambios constantes de altura Δh (¿La altura aumenta siempre en el mismo valor cada vez que se agregan 15 ml al matraz, como ocurría en la probeta?).
- En el caso del matraz, cuando ΔV es constante, Δh va aumentando progresivamente (¿Qué pasa con los cambios de altura cada vez que el volumen aumenta en 15 ml?).
- Este comportamiento se debe a la forma del matraz, que no es cilíndrica como la de la probeta: a medida que el recipiente se angosta, el líquido debe subir más para ocupar el mismo volumen.
- Dado que cambios constantes ΔV no producen cambios constantes Δh , la función $h = g(V)$ no es una función afín.

Conclusiones

Resuma los puntos clave de la discusión y relacione las respuestas de los estudiantes con las siguientes ideas:

- En el matraz, a diferencia de lo que ocurrió en la probeta, observamos que cambios constantes en el volumen V **no producen** cambios constantes en la altura h .
- Esto indica que la función $h = g(V)$, que relaciona la altura y el volumen de líquido en el matraz, **no es una función afín**, ya que los cambios constantes en la variable independiente V no generan cambios constantes en la variable dependiente h .

Anticipaciones y sugerencias

- Es posible que algunos estudiantes se interesen en identificar un patrón numérico preciso en el aumento de los valores de Δh . Es importante aclarar que en esta actividad **no se espera determinar una regla exacta**, sino **describir cualitativamente el comportamiento** de los cambios de altura. El objetivo es que los estudiantes reconozcan que, cuando ΔV es constante, los valores de Δh **aumentan progresivamente**, sin necesidad de cuantificar exactamente cuánto aumentan.

ACTIVIDAD 3

Si y es función de x , la **tasa de cambio entre dos valores** x_1 y x_2 se calcula dividiendo cuánto cambia y por cuánto cambia x . Es decir:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

donde:

- x_1 y x_2 son dos valores de la variable independiente x .
- y_1 y y_2 son los valores correspondientes de la variable dependiente y .

Ejemplo: La siguiente tabla muestra algunos valores de una función.

$$\Delta x = 40 - 10 = 30$$

x	0	10	20	30	40	50
y	0	100	400	900	1600	2500

$$\Delta y = 1600 - 100 = 1500$$

Vamos a calcular la tasa de cambio cuando x pasa de 10 a 40.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1600 - 100}{40 - 10} = \frac{1500}{30} = 50$$

1 Considera la tabla de valores de la **probeta** y responde:

V (ml)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
h (cm)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

a. Observa el ejemplo y completa el cálculo del resto de las tasas de cambio que se indican. Simplifica la fracción resultante:

- La tasa de cambio al pasar de 15 ml a 45 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{6 - 2}{45 - 15} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

- La tasa de cambio al pasar de 30 ml a 90 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

- La tasa de cambio al pasar de 90 ml a 135 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



Respuesta experta

- La tasa de cambio al pasar de 30 ml a 90 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{12 - 4}{90 - 30} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

- La tasa de cambio al pasar de 90 ml a 135 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{18 - 12}{135 - 90} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

b. Elige dos valores cualquiera en la tabla y calcula su tasa de cambio. ¿El resultado es igual o distinto a las tasas que calculaste antes?



Respuesta experta

Al elegir dos valores cualesquiera de la tabla, el valor de la tasa de cambio será $\frac{2}{15}$, que es el mismo valor de las tasas calculadas previamente.

2 Considera ahora la tabla de valores del **matraz** y responde:

V (ml)	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
h (cm)	0	1.2	2.5	3.9	5.4	7.1	8.9	11	13.4	16.3	20

c. Completa el cálculo de las tasas de cambio que se indican. Expresa los resultados como decimales.

- La tasa de cambio al pasar de 0 ml a 75 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{-}{-} = \text{---} =$$

- La tasa de cambio al pasar de 30 ml a 150 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{-}{-} = \text{---} =$$

- La tasa de cambio al pasar de 15 ml a 90 ml es

- $$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{-}{-} = \frac{-}{-} =$$



Respuesta experta

- La tasa de cambio al pasar de 0 ml a 75 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{7 - 0}{75 - 0} = \frac{7}{75} = 0,09\bar{3}$$

- La tasa de cambio al pasar de 30 ml a 150 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{20 - 2,5}{150 - 30} = \frac{17,5}{120} = 0,1458\bar{3}$$

- La tasa de cambio al pasar de 15 ml a 90 ml es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{8,8 - 1,2}{90 - 15} = \frac{7,6}{75} = 0,101\bar{3}$$

- d. En el caso del matraz, ¿cómo son las tasas de cambio que calculaste, iguales o distintas?



Respuesta experta

Las tres tasas son distintas.

- 3 Completa la siguiente afirmación, de acuerdo a lo que observaste:

Vimos que en la **función afín** $h = f(V)$, que representa la relación entre la altura h y el volumen V en el caso de la **probeta**, las tasas de cambio son siempre _____.



Respuesta experta

Iguales.

GESTIÓN – ACTIVIDAD 3

Objetivo

Reconocer que las funciones afines se caracterizan por tener una tasa de cambio constante, mediante el análisis de las tasas de cambio calculadas a partir de tablas de valores.

🌱 Trabajo en grupos

Para iniciar la actividad, comente a los estudiantes lo siguiente:

- Hasta ahora han visto que una manera de describir cómo se comporta una función es observando **cómo cambian sus variables**. En particular, en el caso de la probeta, cada vez que el volumen aumentaba una cantidad constante, la altura también aumentaba siempre lo mismo. A ese tipo de función la llamamos **función afín**.
- Ahora vamos a **explorar otra forma** de describir funciones afines, a partir del análisis de los cambios en sus variables. Para eso, introduciremos un nuevo concepto: la **tasa de cambio**.

Luego, muestre y explique la definición y el ejemplo que se presentan al inicio de la hoja de actividades. Asegúrese de que todos comprendan cómo se calcula una tasa de cambio

Invite a sus estudiantes a trabajar en parejas para calcular las tasas de cambio correspondientes a la probeta y al matraz, y a responder las preguntas planteadas en la hoja de actividades. Pida que registren sus procedimientos y resultados y que expliquen si las tasas de cambio que obtienen son iguales entre sí o varían en cada caso.

🌱 Discusión de curso completo

Pida a los estudiantes que compartan sus respuestas y guíe una discusión en la que reconozcan que:

- En el caso de la probeta, todas las parejas obtuvieron el mismo valor para las tasas de cambio, sin importar qué pares de valores utilizaron.
- En el caso del matraz, en cambio, las tasas varían según los valores elegidos.
- La función afín que relaciona la altura con el volumen en la probeta se caracteriza porque tiene una tasa de cambio constante.

Conclusiones

Resuma los puntos clave de las discusiones y relacione las respuestas de los estudiantes con las siguientes ideas:

- La función que relaciona la altura del líquido con el volumen de la probeta es una **función con tasa de cambio constante**, igual a $\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{2}{15}$.
- La función que representa la altura del líquido en el matraz no tiene tasas de cambio constantes.
- La tasa de cambio permite identificar si una **función es afín** o no.

Formalización

Las funciones **afines** $y = f(x)$ se caracterizan porque su **tasa de cambio** $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ es **constante**.

Decir que una función tiene tasa de cambio constante es equivalente a decir que cambios constantes en la variable independiente provocan cambios constantes en la variable dependiente. Estas dos características se cumplen exclusivamente en las funciones afines.

Anticipaciones y sugerencias

- Algunos estudiantes podrían confundirse al calcular la tasa de cambio como $\frac{\Delta x}{\Delta y}$ en lugar de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Enfátice que el orden importa: la tasa de cambio siempre se define como el cambio de la variable dependiente dividido por el cambio de la variable independiente.
- También pueden cometer el error de calcular $\frac{y}{x}$ en lugar de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Si bien este error puede pasar desapercibido en el caso de la probeta —ya que da valores consistentes—, en el caso del matraz no entregará los resultados correctos. Aclare que la tasa de cambio no es el cociente entre valores, sino entre los cambios de las variables.
- Es útil que usted tenga en cuenta que la afirmación “tasa de cambio constante implica función afín” es fácil de justificar en este nivel. En cambio, el razonamiento inverso —es decir, que cambios constantes en la variable independiente generan cambios constantes en la dependiente implica tasa de cambio constante— requiere un análisis más riguroso, que no se abordará formalmente en esta etapa. No obstante, puede reforzar esta relación a través de ejemplos concretos. Por ejemplo, muestre que si al duplicar o triplicar Δx también se duplica o triplica Δy , entonces el cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ se mantiene constante. Este tipo de razonamiento intuitivo permite a los estudiantes convencerse de que la función es afín, sin necesidad de una formalización más avanzada.

TICKET DE SALIDA

Se realizó un experimento para observar cómo cambia la temperatura del agua mientras se calienta en un hervidor eléctrico. A continuación, se muestra una tabla con algunos valores medidos en distintos momentos. La temperatura está en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) y el tiempo en minutos (min):

Tiempo t (min)	0	1	2	3	4	5	6
Temperatura T ($^{\circ}\text{C}$)	15	35	55	75	90	97	100

Sea $T = f(t)$ la función que relaciona la temperatura T con el tiempo t .

Considerando solo los valores de la tabla, ¿crees que $T = f(t)$ podría ser una función afín? Justifica tu respuesta observando cómo cambian los valores de t y T , es decir, usando Δt y ΔT .

Indicador de
evaluación

Argumentar si una función es o no afín a partir del análisis de las tasas cambios entre variables.



Posibles comprensiones

Comentario sobre la
respuesta esperada

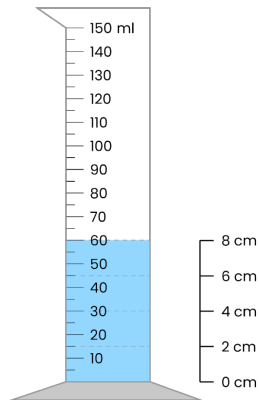
A partir de lo observado en la tabla, se puede calcular la tasa de cambio entre distintos pares de valores. Aunque el tiempo aumenta siempre de a un minuto ($\Delta t = 1$), los cambios en la temperatura (ΔT) no son constantes: por ejemplo, de 0 a 1 minuto la temperatura sube 20°C , mientras que de 3 a 4 minutos sube solo 15°C . Esto implica que la razón $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ no es siempre la misma. Como la tasa de cambio varía en distintos intervalos, podemos concluir que la función $T = f(t)$ **no** es afín.

CIERRE DE LECCIÓN

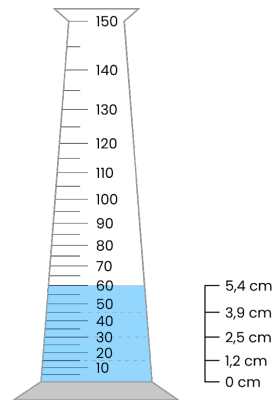
En esta lección:

- Estudiamos dos funciones que relacionan la **altura** h del líquido con su **volumen** V en dos recipientes diferentes: una **probeta** y un **matraz**.

$h=f(v)$ es la función asociada a la probeta



$h=g(v)$ es la función asociada al matraz

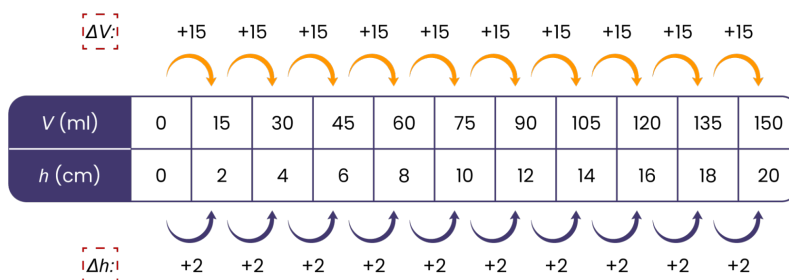


- Usamos **tablas de valores** para observar **cómo cambia la altura** cuando agregamos 15 ml de líquido en cada recipiente. Descubrimos que:
 - En la **probeta**, cambios constantes en el volumen V **producen cambios constantes** en la altura h .
 - En el **matraz**, esos mismos cambios constantes en V **no generan cambios constantes** en h .
- Para mostrar estos cambios usamos **flechas** en las tablas. También aprendimos a usar los símbolos ΔV y Δh , donde el símbolo Δ significa "cambio".

Ejemplo con la probeta:

Si el volumen cambia de 60 ml a 75 ml, entonces:

- El cambio en el volumen es $\Delta V = 75 - 60 = 15$ ml.
- La altura correspondiente cambia de 8 cm a 10 cm, así que $\Delta h = 10 - 8 = 2$ cm.



- Aprendimos que una función en la que **cambios constantes** en la variable independiente producen **cambios constantes** en la variable dependiente se llama **función afín**.

La función de la probeta, $h = f(V)$, es un ejemplo de función afín.

- También aprendimos cómo calcular la tasa de cambio, que nos dice cuánto cambia una variable respecto a otra. Se calcula así:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

donde:

- x_1 a x_2 son dos valores de la variable independiente x .
- y_1 y y_2 son los valores correspondientes de la variable dependiente y .

Ejemplo con la probeta:

Si el volumen V pasa de 15 a 30 ml, y la altura h pasa de 2 a 4 cm, la tasa de cambio es

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \frac{4 - 2}{30 - 15} = \frac{2}{15}$$

- Luego, comparamos las tasas de cambio en ambos recipientes:
 - En la probeta, la tasa de cambio es siempre la misma.
 - En el matraz, las tasas varían según los valores que elijamos.
- Por último, aprendimos que las **funciones afines** se caracterizan porque su **tasa de cambio es constante**. Esto nos permite reconocerlas fácilmente.

La función de la **probeta**, $h = f(V)$, es una **función afín** ya que su **tasa de cambio es constante**.

Términos matemáticos que ahora puedo ocupar:

- función afín
- tasas de cambio
- tasa de cambio constante