



MATEMÁTICA CONECTADA

# GUÍA DOCENTE

## Lección 4 – Unidad Funciones

## VISIÓN GLOBAL

### Objetivo de la lección

Comprender el concepto de función a través de la metáfora de una máquina, identificando una regla de transformación que relacione los valores de entrada y salida, y expresándola tanto de forma verbal como simbólica.

### Lugar de la lección en la unidad

Esta lección introduce el concepto de función mediante la metáfora de la máquina, como una herramienta que permite identificar una regla de transformación entre los valores de entrada y salida. Esta exploración sentará las bases para avanzar, en la siguiente lección, hacia la representación algebraica de funciones.

### Tareas matemáticas

- Relacionar los valores de entrada y salida de la máquina con las variables independiente y dependiente de una función.
- Describir verbalmente una regla de transformación que permite obtener los valores de salida a partir de los de entrada.
- Representar simbólicamente la regla de transformación de una función, utilizando operaciones matemáticas que vinculen ambas variables.
- Calcular valores de salida a partir de los valores de entrada, dada una regla de transformación para una función.

### Panorama lección

Esta lección consta de tres actividades. En la Actividad 1, los estudiantes exploran un simulador de máquinas para comprender la idea de función como un proceso que transforma un valor de entrada en un valor de salida (T1). Esta exploración se basa en transformaciones geométricas aplicadas a figuras, observando los cambios que experimentan al pasar por la máquina.

Luego en la Actividad 2, los estudiantes analizan tres funciones diferentes en el simulador de máquinas y describen verbalmente una regla de transformación para cada una de ellas (T2), considerando cambios en forma, posición y color de las figuras.

Finalmente, en la Actividad 3, los estudiantes analizan máquinas que transforman números y describen simbólicamente reglas de transformación para esas funciones (T3). Además, calculan valores de la variable dependiente a partir de los valores de la variable independiente usando esas reglas (T4).

## ACTIVACIÓN

Analicemos la infografía sobre la presión bajo el mar

	<p>Escanea el código QR para acceder a la infografía</p> 
---	---

1 ¿Cuáles son las variables involucradas en esta situación? ¿Cuál de ellas es la variable dependiente y cuál la independiente?



Respuesta experta

Tal como está planteada la situación, interesa saber la presión (variable dependiente) a partir de la profundidad (variable independiente) a la que se encuentra el buzo.

2 Supongamos que usamos las letras  $P$  para la presión bajo el mar (medida en atm) y  $p$  para la profundidad (medida en metros), y que  $f$  es la función que relaciona estas dos variables, de modo que  $P = f(p)$ . A partir de esta sola notación, ¿podemos determinar la presión a los 10 metros de profundidad?



Respuesta experta

No, la notación  $P = f(p)$  solo indica que la presión bajo el mar  $P$  depende de la profundidad  $p$ , pero no proporciona una regla específica que permita calcular el valor de  $P$  para un valor dado de  $p$ .

## GESTION DE LA ACTIVACIÓN

### Inicio de la lección

Indique a los estudiantes que, en esta clase, explorarán **una manera de comprender el concepto de función** usando la idea de una **máquina que transforma valores**. Comenzarán con una actividad que les ayudará a recordar términos e ideas clave, además de conocer el contexto que utilizarán en la próxima clase.

### Guiando la activación

Presente la infografía sobre la presión bajo el mar. Asegúrese de que comprendan el contexto y reconozcan la importancia de que un buzo conozca la presión en todo momento. Puede usar preguntas como: ¿Qué pasa con la presión a medida que un buzo se sumerge más profundo en el mar? ¿Qué factores contribuyen a la presión que experimenta bajo el agua? ¿Por qué es importante para un buzo conocer la presión a la que se encuentra en cada momento?

Luego, presente las preguntas y genere una discusión en la que los estudiantes reconozcan:

- Las **variables involucradas** en la situación, destacando que, dado que la infografía resalta la necesidad del buzo de conocer la presión en todo momento, la variable dependiente debe ser la presión y la independiente, la profundidad (Según lo planteado en la infografía, ¿qué es más importante: conocer la presión a una determinada profundidad o conocer la profundidad asociada a una presión específica?).
- Que la **notación**  $P = f(p)$  indica que existe una función en la que la presión bajo el mar  $P$  depende de la profundidad  $p$ . Sin embargo, esta notación por sí sola, **no permite calcular** la presión a una determinada profundidad, ya que **no se conoce una reglamatemática** que relacione estas dos variables. (¿Qué significa la notación  $P = f(p)$ ? ¿Podemos calcular la presión a una profundidad específica, solo sabiendo que  $P = f(p)$ ? ¿Qué nos falta para poder conocer la presión asociada a una profundidad?)

Recuerde a los estudiantes que en la notación funcional se pueden usar distintas letras para nombrar variables y funciones según el contexto. En esta actividad definimos  $P = f(p)$  de manera conveniente para representar que la presión  $P$  se relaciona con la profundidad  $p$  mediante la función  $f$ .

### Lo que debemos recordar para esta lección

Utilice las respuestas de esta actividad para conectar con los términos e ideas matemáticas vistas en la lección anterior:

- En este caso, no tenemos una fórmula que nos diga el valor de la presión  $P$  para una profundidad  $p$ , porque la notación  $P = f(p)$  solo nos indica que la presión depende de la profundidad, pero **no nos da una forma exacta para calcularla**.
- Hasta ahora, nos hemos centrado en ver si la relación entre dos variables es una función, sin preocuparnos de si esa función tiene una regla matemática que nos permita calcular el valor de la variable dependiente usando la variable independiente. Sin embargo, en muchas ocasiones, **es fundamental conocer la regla matemática** a través de la cuál la función relaciona las variables.
- Por ejemplo, en el caso que vimos, tener una regla matemática para la función que relaciona la presión  $P$  con la profundidad  $p$  permitiría al buzo saber con precisión qué presión está soportando en cada momento, y así evitar peligros.

Dícales a los estudiantes que en esta clase revisarán de manera general la idea de una **regla de transformación de una función**, para que en la próxima clase puedan encontrar una fórmula que les permita calcular la presión bajo el mar.

## ACTIVIDAD 1

En esta actividad trabajaremos en grupos con un simulador que muestra una máquina que transforma figuras. Esta máquina representa una función. La idea es que exploren cómo funciona y descubran qué cambio le hace a las figuras que entran.





Para usar el simulador escanea el código QR y haz clic en ícono que se muestra a continuación:

<p>Ícono</p> 	<p>Escanea el código QR para acceder al simulador</p> 
---	---









En el simulador, arrastren a la máquina el ícono que aparece en la siguiente imagen. Después, prueben poniendo diferentes figuras en la entrada y observen qué figura sale. Así podrán darse cuenta de qué tipo de transformación está haciendo la máquina.



- 1 Dibuja la figura que sale de esta máquina en cada caso.

Entrada				
Salida				

 Respuesta experta

Entrada				
Salida				

**2** ¿Qué transformación realiza la máquina a las figuras de entrada para obtener las figuras de salida?

 Respuesta experta

La máquina realiza una rotación de  $180^\circ$  a las figuras de entrada para obtener las figuras de salida.

**3** Sabiendo que la máquina representa una función, respondan las siguientes preguntas:

- ¿Cuál de las dos variables, independiente o dependiente, se relaciona con la entrada de la máquina?
- ¿Cuál de las dos variables, independiente o dependiente, se relaciona con la salida de la máquina?



Respuesta experta

- 1 La entrada de la máquina se relaciona con la variable independiente, ya que se puede tomar cualquier figura como valor de entrada y la máquina la transforma según su regla.



## GESTION ACTIVIDAD 1

### Objetivo

Comprender el concepto de función como una regla que transforma un valor de entrada en un valor de salida, usando la idea de una máquina que hace un cambio a las figuras.

### Trabajo en grupos

Organice a los estudiantes en grupos y explíqueles cómo usar el simulador . Indique que arrastren todas las figuras disponibles hacia la entrada de la máquina para observar cómo se transforman. Asegúrese de que cada grupo explore con diferentes figuras.

### Discusión de curso completo

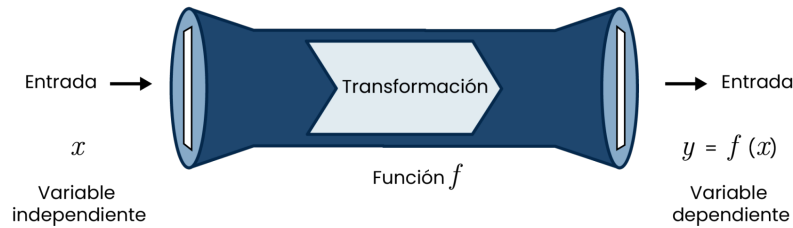
Invite a los estudiantes a compartir sus respuestas. Asegúrese de que en la discusión:

- Puedan describir la transformación que realiza la máquina para determinar los valores de salida en base a los valores de entrada. (¿Cómo es la posición de la figura de salida en relación a la posición de la figura de entrada?).
  - Relacionen los valores de entrada y salida de la máquina con las variables independiente y dependiente de la función que representa (¿La figura de salida depende de la figura de entrada o viceversa?).
-

## Conclusiones

Resuma las discusiones con las siguientes ideas clave:

- Podemos pensar una **función como una máquina** que toma un valor de entrada y lo **transforma** en un valor de salida.



Por ejemplo, en esta actividad, la máquina representa una función que toma una figura como entrada y la transforma rotándola  $180^\circ$  para obtener la figura de salida.

- La función **aplica siempre la misma transformación** a los valores que toma.

Por ejemplo, en esta actividad, la máquina siempre toma una figura y la rota en  $180^\circ$ .

## Anticipaciones y sugerencias

- Incentive a los estudiantes a nombrar los valores de entrada y salida de la máquina de distintas maneras, ya sea por sus características (figura original y figura rotada en  $180^\circ$  o "dada vuelta") o por su relación de dependencia (variable independiente y variable dependiente).

## ACTIVIDAD 2

Ahora vamos a seguir usando el simulador , pero esta vez exploraremos, una a una, las siguientes funciones:



Cada una de estas funciones representa una máquina que transforma las figuras de una forma distinta. Nuestra tarea será observar qué hace cada máquina y **describir, con nuestras propias palabras, la regla** que sigue para transformar las figuras.

Completen la siguiente tabla:

Función	Descripción de la regla de transformación



Respuesta experta

Función	Descripción de la regla de transformación
	Esta máquina refleja las figuras respecto de un eje vertical.
	Esta máquina toma cada figura y la rota en 90° sentido horario.
	Esta máquina convierte los colores de las figuras a una escala de grises.

## GESTION ACTIVIDAD 2

### Objetivo

Describir con palabras una regla de transformación para cada función, observando cómo las figuras de entrada se transforman al pasar por las máquinas en el simulador.

### Trabajo en grupos

Mantenga los grupos de trabajo de la actividad anterior. Indique que usarán el simulador para explorar tres funciones diferentes, una por una. El objetivo es que observen con atención cómo cambian las figuras y traten de descubrir qué regla sigue cada máquina para transformar la figura de entrada en la figura de salida.

### Discusión de curso completo

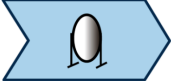


Organice una discusión en donde cada grupo pueda compartir sus respuestas. Asegúrese de que:

- Que expliquen qué cambios o transformaciones se producen en las figuras al pasar por la máquina: si cambió su forma, su color o su posición. (¿Qué ocurrió con la forma, color o posición de las figuras de entrada para transformarse en las figuras de salida en cada máquina?).
-

## Conclusiones

Resuma los puntos clave de la discusión con las siguientes ideas:

- Observamos que cada máquina **transforma** las figuras de manera diferente. Algunas las giran, otras las reflejan como en un espejo, y otras cambian sus colores.
- Cada una de estas máquinas representa una **función**, que toma un valor (figura) de la variable independiente y lo transforma en único valor de la variable dependiente (otra figura), siguiendo una **regla de transformación** específica.
- Es posible **describir con palabras** la regla de transformación de las funciones asociadas a cada máquina.

Función	Descripción de la regla de transformación
	Esta máquina refleja las figuras respecto de un eje vertical.
	Esta máquina toma cada figura y la rota en 90° sentido horario.
	Esta máquina convierte los colores de las figuras a una escala de grises.

## Anticipaciones y sugerencias

En caso de que lo requiera, puede adaptar el uso del simulador:

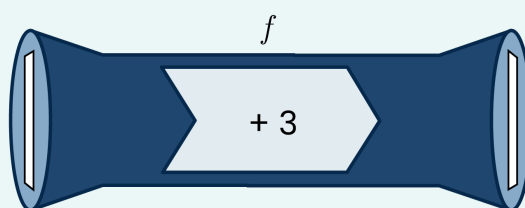
- Si no es posible que cada grupo acceda al simulador de forma independiente, proyecte el simulador a la clase completa y hágalos participar en su manipulación.
- Si no es posible proyectar el simulador, utilice el material recortable. En caso de que imprima el material, considere cambiar la función que transforma los colores de la imagen a una escala de grises.

## ACTIVIDAD 3

Acabamos de ver que una función se puede entender como una máquina que recibe un valor de entrada y, siguiendo una regla matemática, lo transforma en un único valor de salida.

Ahora nos vamos a centrar en **descubrir cuál es esa regla de transformación**, a partir de los valores de entrada y salida que nos da la función. En este caso, trabajaremos con funciones transforman números.

- 1 Analicemos la función  $f$  representada por la siguiente máquina:



La tabla que sigue muestra algunos valores de entrada y salida de esta máquina.

Entrada	-4	-2	0	1	3
Salida	-1	1	3	4	6
Notación de función	$1 = f(-2)$	$1 = f(-2)$	$3 = f(0)$	$4 = f(1)$	$6 = f(3)$

- Describan verbalmente una regla de transformación que realiza esta máquina.
- Completen una regla de transformación simbólica que describa la función  $f$ :

$$\text{salida} = \text{entrada} + \square$$



**Respuesta experta**

a. Esta máquina toma un número de entrada y le suma tres unidades para transformarlo en el número de salida respectivo.

b.  $\text{salida} = \text{entrada} + 3$

- 2 Consideremos la función  $g$  que tiene asociada la siguiente tabla de valores:

Variable independiente	-2	-0,5	0	1	1,5
Variable dependiente	-4	-1	0	2	3
Notación de función	$-4 = g(-2)$	$-1 = g(-0,5)$	$0 = g(0)$	$2 = g(1)$	$3 = g(1,5)$

Completen una regla de transformación de la función  $g$ :

$$\text{variable dependiente} = \text{variable independiente} \cdot \square$$

 Respuesta experta

$$\text{variable dependiente} = \text{variable independiente} \cdot 2$$

3 Finalmente, consideremos la función  $h$  representada por la siguiente tabla:

Variable independiente	-2	-1	0	1	2
Variable dependiente	4	3	2	1	0
Notación de función	$4 = h(-2)$	$3 = h(-1)$	$2 = h(0)$	$1 = h(1)$	$0 = h(2)$

Completen una regla de transformación de la función  $h$ , considerando que esta regla incluye una multiplicación seguida de una suma.

$$\text{variable dependiente} = \text{variable independiente} \cdot \square + \square$$

 Respuesta experta

$$\text{variable dependiente} = \text{variable independiente} \cdot (-1) + 2$$

## GESTION ACTIVIDAD 3

### Objetivo

Identificar una regla matemática para una función a partir de una tabla de valores y representarla de forma verbal y simbólica.

### 🌱 Discusión de curso completo

Presente el diagrama de la máquina y la tabla de la función del ítem 1 . Organice una discusión con todo el curso en la que los estudiantes:

- Utilicen el diagrama y la tabla para identificar la operación matemática que permite obtener cada valor de salida a partir del valor de entrada. (¿Qué operación se aplica a cada número que entra en la máquina para producir el resultado que aparece en la tabla?)
- Describan con sus propias palabras cómo se transforma el valor de entrada al pasar por la máquina.
- Expresen simbólicamente una regla de transformación para la función.

---

### 🌱 Trabajo en grupos

Organice a los estudiantes en parejas y presente el ítem 2 y el ítem 3 . Indique que ahora deberán deducir reglas de transformación similares a las del ítem anterior, que incluyen una o más operaciones.

### 🌱 Discusión de curso completo

Organice una discusión donde las parejas puedan compartir sus respuestas. Oriente la discusión para que los estudiantes:

- Expliquen cómo identificaron la o las operaciones que transforman los valores de entrada en los respectivos valores de salida en cada caso. (¿Cómo reconociste en la tabla que, en esta función, cada valor se multiplica por 2? ¿Cómo te diste cuenta de que había más de una operación en esta función?)
  - Verifiquen sus reglas probando con diferentes pares de valores de la tabla. (Si aplicamos la regla que propusieron al valor de entrada 0, ¿se obtiene efectivamente el valor de salida que indica la tabla?)
-



## Conclusiones

Resume los puntos clave de las discusiones con las siguientes ideas clave:

- Analizamos funciones que toman valores numéricos y, siguiendo reglas matemáticas, los transforman en otros números.
- A partir de las tablas de valores, aprendimos a identificar dichas reglas observando qué operaciones se aplican para transformar los valores de entrada en los correspondientes valores de salida.
- También practicamos cómo describir estas reglas de manera verbal y cómo representarlas simbólicamente mediante expresiones matemáticas.
- Por ejemplo, en el caso de la función  $g$ , observamos en la tabla que cada valor de la variable independiente se multiplica por 2 para obtener el valor de la variable dependiente:

Variable independiente	-2	-0,5	0	1	1,5
Variable dependiente	-4	-1	0	2	3
Notación de función	$-4 = g(-2)$	$-1 = g(-0,5)$	$0 = g(0)$	$2 = g(1)$	$3 = g(1,5)$

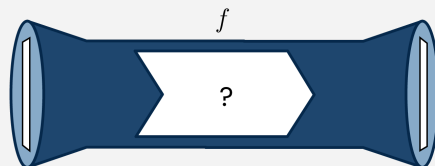
Esta regla puede expresarse verbalmente como “cada valor de la variable independiente se multiplica por 2 para obtener el valor de la variable dependiente”. También podemos expresar esta regla de forma simbólica como “variable dependiente = variable independiente  $\cdot$  2”

## Anticipaciones y sugerencias

- Algunos estudiantes podrían asumir que la función realiza una operación distinta en cada caso. Es importante reforzar que una función realiza una misma regla de transformación para todos los valores.
- También puede haber dificultades al traducir la regla verbal a lenguaje simbólico, especialmente si involucra dos operaciones.

## TICKET DE SALIDA

La máquina que representa a una función  $f$  entrega los valores de salida que se indican en la tabla.



<b>Entrada</b>	-2	-1	0	0,5	2
<b>Salida</b>	-5	-3	-1	0	3
<b>Notación de función</b>	$-5 = f(-2)$	$-3 = f(-1)$	$-1 = f(0)$	$0 = f(0,5)$	$3 = f(2)$

¿Cuál de las siguientes es una regla de transformación para la función  $f$ ? Selecciona la alternativa que corresponde a una

- a.  $\text{salida} = \text{entrada} \cdot (-2) - 1$
- b.  $\text{salida} = \text{entrada} \cdot (-2) + 1$
- c.  $\text{salida} = \text{entrada} \cdot 2 - 1$

Indicador de  
evaluación

Determina una regla de transformación que representa una función afín a partir de pares de valores de entrada y salida en una tabla



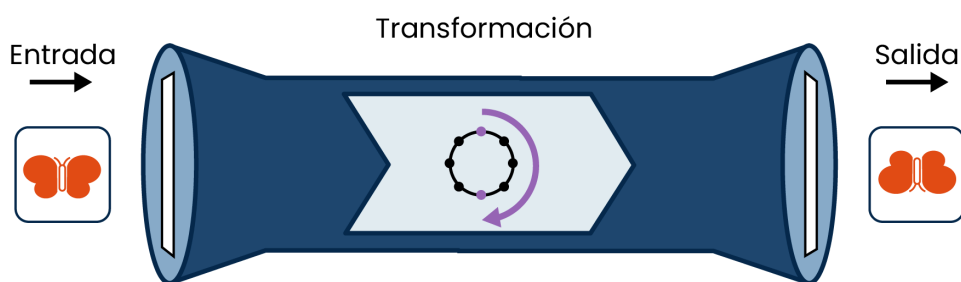
Posibles comprensiones

Alternativa	Respuesta correcta	Posibles comprensiones asociadas
a		Posiblemente no reconozcan cómo operar correctamente un producto de valores negativos, pues si se reemplaza la entrada por los valores negativos y no identifican que $(-) \cdot (-)$ es $(+)$ , obtienen los valores de salidas respectivos.
b		Posiblemente no reconozcan cómo operar correctamente un producto de valores negativos y se confundan con añadir 1 unidad, pues si se reemplaza la entrada por los valores negativos y no identifican que $(-) \cdot (-)$ es $(+)$ , al sumar una unidad al valor anterior para aumentar la entrada —sin tener en cuenta el signo— obtendrán los valores de salida correspondientes a los casos negativos.
c	X	

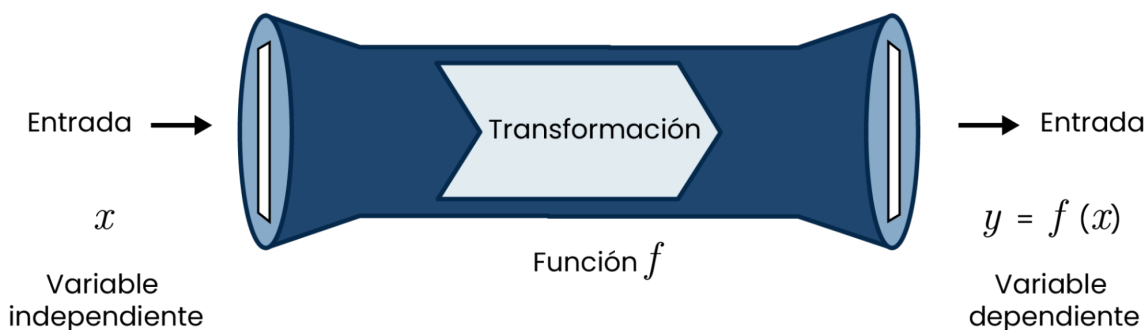
## CIERRE DE LECCIÓN

### En esta lección:




- Aprendimos que una **función** se puede **imaginar como una máquina** que toma un valor de entrada y lo **transforma** en un único valor de salida.
- Por ejemplo, esta máquina representa una función que toma cada figura y la rota en 180°:



- También vimos que en una función, cada valor de **entrada** corresponde a un valor de la **variable independiente**, y cada valor de **salida** corresponde a un valor de la **variable dependiente**.



- Aprendimos que cada función transforma los valores siguiendo una misma **regla matemática**, y que muchas veces esa regla se puede **describir con palabras**.
- Por ejemplo, estas son las reglas matemáticas que transforman las figuras en cada una de las funciones analizadas.

Función	Descripción de la regla de transformación
	Esta máquina refleja las figuras respecto de un eje vertical.
	Esta máquina toma cada figura y la rota en 90° sentido horario.
	Esta máquina convierte los colores de las figuras a una escala de grises.

- También trabajamos con **funciones que transforman números**. En estos casos, descubrimos las reglas de transformación observando los valores de entrada y salida en una tabla. Esas reglas se pueden describir con palabras y también **escribir con símbolos matemáticos**.
- Por ejemplo, en el caso de la función  $g$ , cuyos valores de entrada y salida se muestran en la siguiente tabla:

Variable independiente	-2	-0,5	0	1	1,5
Variable dependiente	-4	-1	0	2	3
Notación de función	$-4 = g(-2)$	$-1 = g(-0,5)$	$0 = g(0)$	$2 = g(1)$	$3 = g(1,5)$

La regla de transformación se puede escribir simbólicamente como:

$$\text{variable dependiente} = \text{variable dependiente} \cdot 2$$

#### Términos matemáticos que ahora puedo ocupar:

- función como una “máquina”
- valores de entrada y de salida
- regla de transformación