MAT CON

MATEMÁTICA CONECTADA

GUÍA DOCENTE

Lección 5 - Unidad Funciones

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMMEdu Laboratorio de Educación Centro de Modelamiento Matemático

Ministerio de Educación Gobierno de Chile

Plan de Reactivación Educativa Seamos Comunidad

unesco Cátedra

VISIÓN GLOBAL

Objetivo de la lección

Representar una función mediante una expresión algebraica, utilizarla para calcular valores de la variable dependiente a partir de valores de la variable independiente, y expresar los resultados en forma de tabla y gráfico.

Lugar de la lección en la unidad

En esta lección se retoma la regla de transformación simbólica vista en la Lección 4 para trabajar la representación algebraica de una función. Además, se profundiza en la relación entre esta representación y las tablas y gráficos que describen una función, retomando lo trabajado en la Lección 3 .

Tareas matemáticas

T1. Representar algebraicamente una función a partir de una regla de transformación simbólica.
T2. Utilizar la expresión algebraica de una función para calcular los valores de la variable dependiente a partir de los valores de la variable independiente, e interpretar esos resultados en el contexto de la situación.
T3. Representar tabularmente una función a partir de su representación algebraica.
T4. Representar gráficamente una función a partir de su representación algebraica.

Panorama leccion

Esta lección consta de tres actividades. En la Actividad 1 , los estudiantes utilizan el hecho de que el cociente entre el cambio de presión p y el cambio en la profundidad d se mantiene constante, para deducir una expresión algebraica que represente la función $p = b(d)$ (T1).

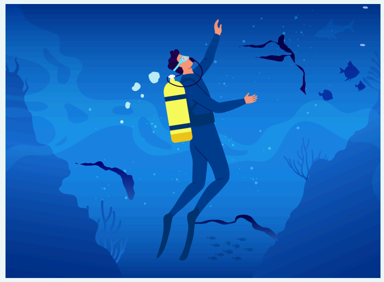
En la Actividad 2 , los estudiantes revisan que los resultados que da esta expresióncoincidan con los valores de la tabla proporcionada anteriormente, para confirmar que la expresión algebraica representa bien la relación entre presión y profundidad. Después, usan la expresión para responder preguntas sobre situaciones de buceo y exploración submarina, calculando la presión a distintas profundidades (T2).

En la Actividad 3 , los estudiantes usan la expresión algebraica de la función $p = b(d)$ para completar una tabla de valores (T3) y representar los puntos correspondientes en el plano cartesiano . Luego, reconocen que el gráfico de la función no debe mostrar sólo puntos aislados, sino todos los puntos (d, p) para cualquier profundidad. Reflexionan que, dado que el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad es constante, todos los puntos siguen el mismo patrón, por lo que el gráfico de la función debe ser una recta (T4).

Los resultados de la Actividad 2 y el gráfico de la Actividad 3, pueden utilizarse para complementar la infografía de la lección anterior. Esto justifica el uso de herramientas matemáticas para modelar una situación y representar información relevante en un contexto real.

ACTIVACIÓN

¿Recuerdan que al comenzar la clase pasada vimos una infografía sobre la presión bajo el mar?



Esa información nos ayudó a entender por qué es importante conocer cómo cambia la presión a distintas profundidades. Incluso vimos que, a cierta profundidad, la presión puede ser peligrosa para un buzo.

En esa clase, reconocimos que la presión p, medida en atmósferas (atm), depende de la profundidad d, medida en metros. Sin embargo, la notación $p = b(d)$ por sí sola no nos dice cómo se relacionan exactamente esas dos variables.

Hoy vamos a avanzar en ese análisis: buscaremos una regla que describa esta función de manera precisa, de modo que podamos calcular la presión a cualquier profundidad bajo el mar. Para comenzar, observemos la siguiente tabla:

Profundidad *d* (metros)	0	10	20	30	40
Presión *p* (atm)	1	2	3	4	5

1. ¿Reconocen un patrón en la manera en que aumentan los valores en la tabla? Descríbanlo.

Respuesta experta

Hay un patrón en cómo aumentan los valores de la tabla. Cada vez que la profundidad aumenta 10 metros, la presión aumenta 1 atm.

2. Utilizando el patrón observado en el tabla, completen la siguiente regla de transformación para la función $p = b(d)$:

La presión bajo el mar _____________ en 1 atm cada ____ metros de profundidad.

Respuesta experta

La presión bajo el mar **aumenta** en 1 atm cada **10** metros de profundidad.

3 Suponiendo que se mantiene esta regla para profundidades mayores, utilícenla para determinar la presión bajo el mar a los 50 metros y a los 100 metros de profundidad.

$p = b(50) =$ ______ atm

$p = b(100) =$ ______ atm

Respuesta experta

$p = b(50) = 6$ atm, ya que $b(40) = 5$ atm y la presión aumenta en 1 atm cada 10 metros.

$p = b(100) = 11$ atm, siguiendo la regla de transformación descrita.

4 Utilizando esta regla, ¿pueden calcular la presión bajo el mar a los 23 metros de profundidad? Comenten con el resto del curso.

Respuesta experta

Siguiendo esta regla de transformación que indica que cada 10 metros la presión aumenta 1 atm, no es posible determinar directamente el valor de $p = b(23)$ ya que 23 no se obtiene siguiendo el patrón desde 0 y aumentar de 10 en 10.

GESTIÓN - ACTIVACIÓN

Inicio de la lección

Comente a los estudiantes que en esta clase continuarán trabajando con la situación de la presión bajo el mar, retomando lo visto en la lección anterior. El objetivo será encontrar una expresión algebraica que represente la función que relaciona la profundidad con la presión. Esta expresión les permitirá calcular la presión a cualquier profundidad y aplicar ese conocimiento a distintas situaciones reales de buceo y exploración submarina.

Guiando la activación

Retome la situación de la presión bajo el mar. Puede mostrar nuevamente la infografía para repasar el contexto. Luego, presente la tabla correspondiente a la función $p = b(d)$ y asegúrese de que los estudiantes puedan:

- Identificar el patrón que siguen los valores en la tabla: cada vez que la profundidad aumenta de 10 en 10 metros, la presión aumenta en 1 atmósfera. (¿Cómo cambian los valores de presión y profundidad en la tabla?).
- Usar ese patrón para describir verbalmente una regla de transformación que relacione la profundidad con la presión. (¿Cómo aumenta la presión cada vez que la profundidad aumenta 10 metros?)
- Aplicar esta regla para calcular la presión en profundidades que siguen el patrón de la tabla (es decir, múltiplos de 10).
- Reconocer las limitaciones de esta regla cuando se trata de profundidades que no están en la tabla (por ejemplo, que no son múltiplos de 10). (¿Qué información adicional necesitaríamos para saber la presión a los 23 metros de profundidad?).

Es posible que algunos estudiantes planteen que el patrón de la tabla permite estimarla presión a los 23 metros, calculando un valor intermedio de forma proporcional entre valores conocidos. Valide esta idea sin profundizar en ella y coménteles que, en la próxima actividad, aprenderán cómo resolver esto usando supuestos que tengan sentido en la situación

Lo que debemos recordar para esta lección

Utilice esta actividad para reforzar las siguientes ideas y conceptos matemáticos:

- Cuando miramos una tabla de una función y vemos que, al aumentar o disminuir la variable de entrada, la variable de salida cambia siempre de la misma manera, hemos encontrado un patrón. Ese patrón nos ayuda a escribir la **regla de transformación para la función** .
- Cuando tenemos una regla para la función, podemos usarla para **intentar predecir** el valor de salida (la variable dependiente) para cualquier valor de entrada (la variable independiente).

ACTIVIDAD 1

Ahora busquemos otra forma de representar la función b para calcular la presión p a cualquier profundidad d. Para ello, analicemos la tabla que ya conocemos:

Profundidad *d* (metros)	0	10	20	30	40
Presión *p* (atm)	1	2	3	4	5

Observamos que, cada 10 metros de profundidad, la presión aumenta en 1 atm. Expresemos este patrón de otra manera. Contesten las siguientes preguntas:

1 Usando los datos indicados en la tabla, completen:

Profundidad *d* (metros)	0	10	20	30	40
Presión *p* (atm)	1	2	3	4	5

- El cambio de presión es $10 - 0 = \square$ atm.
- El cambio de profundidad es $2 - 1 = \square$ metros.
- El cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad es:

$$\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{\square}{\square}\,\frac{\text{atm}}{\text{m}}$$

Respuesta experta

- El cambio de presión es $2 - 1 = 1$ atm.
- El cambio de profundidad es $10 - 0 = 10$ metros.
- El cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad es

$$\frac{\text{diferencia de presión}}{\text{diferencia de profundidad}} = \frac{1}{10}\,\frac{\text{atm}}{\text{m}}$$

2 Usando los datos indicados en la tabla, completen:

Profundidad *d* (metros)	0	10	20	30	40
Presión *p* (atm)	1	2	3	4	5

$$\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{\square}{\square}\ \frac{\text{atm}}{\text{m}}$$

3. Usando los datos indicados en la tabla, completen:

Profundidad *d* (metros)	0	10	20	30	40
Presión *p* (atm)	1	2	3	4	5

$$\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{\square}{\square}\ \frac{\text{atm}}{\text{m}}$$

¿Cómo es el cociente $\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}}$ en todos los casos analizados?

Respuesta experta

1. El cociente $\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}}$ en todos los casos analizados es igual a $\frac{1}{10}\frac{\text{atm}}{\text{m}}$.

- $\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{3-1}{20-0} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}\frac{\text{atm}}{\text{m}}$
- $\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{5-1}{40-0} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}\frac{\text{atm}}{\text{m}}$

4. Completa el siguiente razonamiento colocando en el lugar correcto las palabras: constante - proporcional.

Dado que la masa de agua sobre el buzo se puede suponer que es ___________a la profundidad a la cuál está, el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad es ___________.

Respuesta experta

Dado que la masa de agua sobre el buzo se puede suponer que es **proporcional** a la profundidad a la cuál está, el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad es **constante** .

5 Utilicemos el cociente constante para calcular la presión p a los 23 metros de profundidad.

Profundidad *d* (metros)	0	10	20	23	30
Presión *p* (atm)	1	2	3	p	5

$$\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{\square - 1}{\square} = \frac{1}{10}$$

$$\square - 1 = \frac{1}{10} \cdot \square$$

$$\square = \frac{1}{10} \cdot \square + 1$$

$p = \square$ atm

Respuesta experta

$$\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{\boxed{p} - 1}{\boxed{23} - 0} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{\boxed{p} - 1}{\boxed{23}} = \frac{1}{10}$$

$$\boxed{p} - 1 = \frac{1}{10} \cdot \boxed{23}$$

$$\boxed{p} = \frac{1}{10} \cdot \boxed{23} + 1$$

$$p = \boxed{3{,}3} \text{ atm}$$

La presión a los 23 metros de profundidad es igual a 3,3 atm.

GESTIÓN - ACTIVIDAD 1

Objetivo

Construir, a partir del patrón observado en la tabla de valores, una expresión algebraica que represente la función y permita calcular nuevos resultados.

Discusión de curso completo

Presente la tabla junto con el ítem 1 y organice una discusión grupal. Asegúrese que los estudiantes puedan:

- Determinar el cambio de presión y de profundidad a partir de los valores señalados en la tabla. (¿Cuánto sube la presión y la profundidad en los valores señalados?)
- Calcular el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad. (Sugerencia: Precaución con el orden en que calculan las diferencias y el cociente, debe ser $\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}}$).
- Interpretar el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad como una regla de transformación que describe la función. (Sugerencia: Leer el cociente como una razón, es decir, 1 atm es a 10 m, o de otra forma se aumenta 1 atm al aumentar 10 m).

Trabajo en grupos

Forme parejas para que resuelvan los ítems 2 al 5 . Durante el monitoreo, asegúrese de que sean capaces de replicar el trabajo realizado en plenaria en el ítem 1 , pero con otros valores de la tabla.

Discusión de curso completo

Guíe una discusión para que las parejas compartan sus respuestas. Asegúrese de que puedan:

- Verificar que el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad permanece constante para todos los valores de la tabla. (Si se considera el cambio de presión entre 0 y 30 metros, ¿permanece constante el cociente? ¿Y con el cambio de presión entre 10 y 20 metros?).

Discusión de curso completo

Presente el ítem 6 y realice una discusión plenaria. Pida a los estudiantes que apliquen el mismo procedimiento visto antes, pero ahora con un valor fuera de la tabla. Durante la actividad, verifiquen que puedan:

- Interpretar p como la presión a los 23 metros de profundidad y como el valor incógnita.
- Resolver la ecuación

$$\frac{p-1}{23} = \frac{1}{10}$$

para encontrar el valor de p.

Conclusiones

Resuma las discusiones con las siguientes ideas clave:

- Vimos que por cada 10 metros de profundidad, la presión sube 1 atm. Esto significa que el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad es constante igual a $\frac{1}{10}$.
- Como ese cociente es constante, podemos usarlo para calcular la presión a cualquier profundidad dada, aunque no esté en la tabla.
- Por ejemplo, pudimos calcular la presión a los 23 metros de profundidad de la siguiente manera:

Profundidad d (metros)	0	10	20	23	30
Presión p (atm)	1	2	3	p	5

$$\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{p-1}{23-0} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{p-1}{23} = \frac{1}{10}$$

$$p-1 = \frac{1}{10} \cdot 23$$

$$p = \frac{1}{10} \cdot 23 + 1$$

$$p = 3{,}3$$

- Si aplicamos este mismo procedimiento para cualquier profundidad d, podemos obtener una **expresión algebraica** para la presión p en función de d. Para lograrlo:

- Elegimos un valor cualquiera de d con su presión correspondiente p.
- Planteamos el cociente entre el cambio de presión y profundidad con esos valores y lo igualamos a $dfrac110$.
- Despejamos p en función de d, obteniendo una expresión algebraica para la función $p = b(d)$.

Profundidad d (metros)	0	•••	d
Presión p (atm)	1	•••	p

$$\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{p-1}{d-0} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{p-1}{d} = \frac{1}{10}$$

$$p-1 = \frac{1}{10} \cdot d$$

$$p = \frac{1}{10} \cdot d + 1$$

Anticipaciones y sugerencias

- Se sugiere mostrar la infografía para reforzar la idea de que la presión bajo el mar depende de la masa de agua que hay por sobre el buzo. Es decir, a mayor profundidad, mayor es la cantidad de agua que ejerce sobre él y, por lo tanto, mayor es la presión. Esta relación directa entre la profundidad y la presión sugiere que el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad se mantiene constante.

ACTIVIDAD 2

Ahora que hemos obtenido la expresión algebraica para la función $p = b(d)$

$$p = b(d) = \frac{1}{10} \cdot d + 1$$

donde

- p es la presión en atmósferas (atm).
- d es la profundidad (metros).

vamos a usarla para calcular la presión a distintas profundidades.

1. Apliquen la expresión para completar la tabla y verifiquen que los valores coinciden con los de la tabla anterior.

Profundidad d (metros)	0	10	20	30	40
Presión p (atm)					

2. Utilicen la expresión algebraica de $p = b(d)$ para responder las siguientes preguntas:

a. Se ha comprobado que, sin el equipo de buceo adecuado, los tímpanos pueden reventarse a los 30 metros de profundidad. ¿Qué presión se siente a esa profundidad?

$$p = b(30) = \frac{1}{10} \cdot \square + 1 = \square \,\text{atm.}$$

a. A los 130 metros de profundidad, los pulmones de un buzo sin el equipo adecuado pueden colapsar. ¿Cuál es la presión en ese caso?

$$p = b(130) = \square \,\text{atm.}$$

b. Ahmed Gabr rompió el récord mundial de buceo en 2014 al llegar a los 332 metros de profundidad. ¿Qué presión soportó a esa profundidad?

$$p = b(332) = \square \,\text{atm.}$$

c. Algunos submarinos modernos pueden bajar hasta los 500 metros. ¿Qué presión deben resistir a esa profundidad?

$$p = b(500) = \square \text{ atm.}$$

d. El robot submarino no tripulado Nereus llegó a 11000 metros en la Fosa de las Marianas. ¿Qué presión hay a esa profundidad?

$$P = b(11000) = \square \text{ atm.}$$

Respuesta experta

1

Profundidad d (metros)	0	10	20	30	40
Presión p (atm)	1	2	3	4	5

2

a. $P = b(30) = \frac{1}{10} \cdot 30 + 1 = 4$ atm.

a. $P = b(130) = \frac{1}{10} \cdot 130 + 1 = 14$ atm.

b. $P = b(332) = \frac{1}{10} \cdot 332 + 1 = 33,2$ atm.

c. $P = b(500) = \frac{1}{10} \cdot 500 + 1 = 51$ atm.

d. $P = b(11000) = \frac{1}{10} \cdot 11000 + 1 = 1101$ atm.

GESTIÓN - ACTIVIDAD 2

Objetivo

Usar la representación algebraica de una función para calcular valores y analizar una situación del mundo real, reconociendo su utilidad para representar situaciones reales y responder preguntas del contexto.

Discusión de curso completo

Presente la representación algebraica de la función $p = b(d)$ junto con el ítem 1 y guíe una discusión plenaria para completar la tabla. Asegúrese que los estudiantes comprendan cómo **evaluar la expresión algebraica** $p = b(d) = \frac{1}{10} \cdot d + 1$ sustituyendo los distintos valores de profundidad d de la tabla, y que sean capaces de calcular correctamente el valor correspondiente de la presión p.

Trabajo en grupos

Organice a los estudiantes en parejas y presente el ítem 2 . Durante el monitoreo, asegúrese de que repliquen el trabajo realizado en la plenaria del ítem 1 , evaluando la función con otros valores de profundidad d.

Discusión de curso completo

Conduzca una discusión en la que las parejas compartan sus respuestas. Asegúrese de que los estudiantes sean capaces de:

- Explicar el procedimiento utilizado para evaluar la función $p = b(d)$ con distintos valores de d. (¿Cómo usaron la expresión algebraica para encontrar la presión a cierta profundidad? ¿Qué operaciones realizaron y en qué orden?).
- Identificar y corregir errores en sus cálculos (¿Alguno tuvo resultados diferentes? ¿Por qué? ¿Cómo se corrige ese cálculo?).
- Interpretar los valores obtenidos en el contexto de la situación. (¿Qué significa que $p = b(30) = 4$ en este contexto?).

Conclusiones

Comente las siguientes ideas con los estudiantes:

- Una función se puede **representar mediante una expresión algebraica** . Esa expresión nos ayuda a calcular el valor que le corresponde a una variable cuando sabemos el valor de otra.
- En esta actividad usamos la expresión $p = b(d) = \frac{1}{10} \cdot d + 1$ para encontrar la presión p bajo el mar a distintas profundidades d.
- Para saber cuánta presión p hay a cierta profundidad d, debemos **evaluar la expresión algebraica** $p = b(d)$. Esto implica **reemplazar la letra** d por el número que nos den, y luego **hacer los cálculos paso a paso** para encontrar el valor de$p$.
- Para calcular la presión que experimentó Ahmed Gabr al batir el récord de profundidad en buceo, evaluamos la expresión algebraica en $d = 33,2$:

$$p = b(332) = \frac{1}{10} \cdot 332 + 1 = 33,2 + 1 = 33,2$$

atm.

- En este caso, la expresión algebraica de la función nos ayudó a **representar una situación real** y a descubrir cuánta presión hay a diferentes profundidades del mar. En general, las expresiones algebraicas de las funciones son muy útiles para **entender y resolver problemas que ocurren en la vida real.**

Anticipaciones y sugerencias

- Es posible que algunos estudiantes tengan problemas para evaluar la función y calcular p . En estos casos, se sugiere mostrar el procedimiento paso a paso, acompañado de preguntas que los guíen en el procedimiento:

$$p = b(10) = \frac{1}{10} \cdot 10 + 1 = 1 + 1 = 2$$

atm

¿Qué valor toma d? ¿Dónde se reemplaza este valor en la expresión algebraica $p = b(d)$? ¿Qué operaciones se resuelven y en qué orden? ¿Qué valor de p se obtiene?

- Algunos estudiantes podrían olvidar incluir las unidades de medida en sus respuestas. Recuérdeles que la función $p = b(d)$ representa la presión medida en atmósferas, por lo tanto, cada número calculado debe ir acompañado de la unidad “atm”.

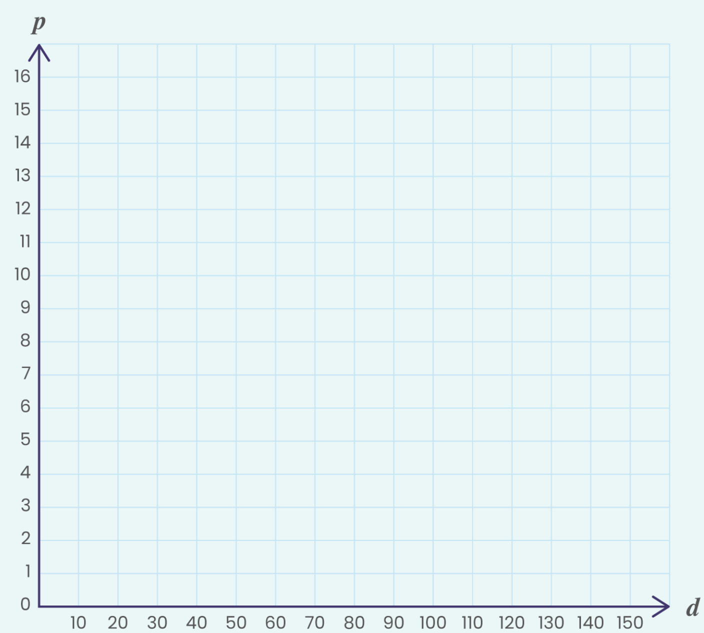
ACTIVIDAD 3

Ahora vamos a graficar la función que relaciona la presión bajo el mar con la profundidad. Para ello, usaremos la expresión algebraica $p = b(d) = \frac{1}{10} \cdot d + 1$ para agregar algunos valores a la tabla.

1 Completen la tabla:

Profundidad d (metros)	0	10	20	30	40	50	100	130	150
Presión p (atm)	1	2	3	4	5				

2 Ubica los puntos del gráfico de la función.



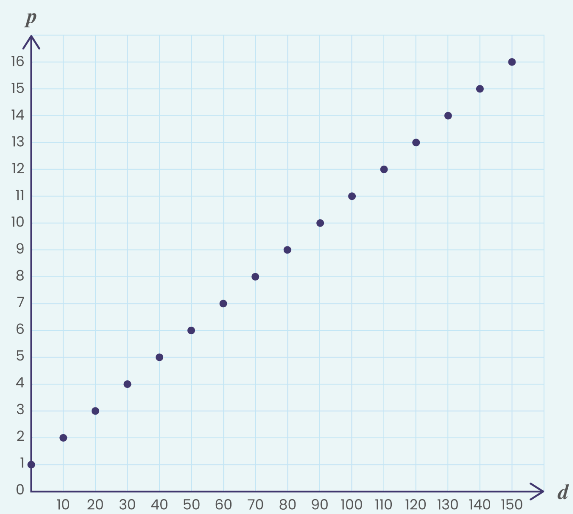
3 Si queremos que el gráfico muestre la presión p para **cualquier** profundidad d entre 0 y 150 metros, ¿qué otros puntos deberían estar incluidos en el gráfico? ¿Cómo podríamos representar todos esos puntos?

Respuesta experta

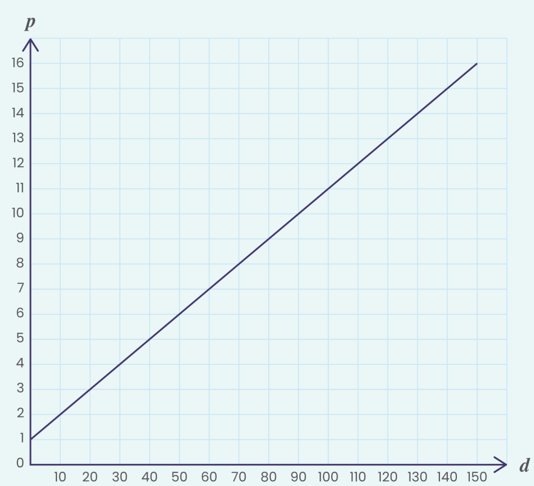
1

Profundidad d (metros)	0	10	20	30	40	50	100	130	150
Presión p (atm)	1	2	3	4	5	6	11	14	16

2



3 Deberían estar todos los puntos (d, p) con d entre 0 y 150. Podríamos representar todos esos puntos con una línea recta que pase por los otros puntos ya representados.



GESTIÓN - ACTIVIDAD 3

Objetivo

Representar gráficamente una función a partir de su expresión algebraica, completando una tabla de valores y reconociendo que los puntos del gráfico siguen un patrón constante, lo que permite anticipar que el gráfico de la función es una línea recta.

Trabajo en grupos

Organice a los estudiantes en parejas y presente los ítem 1 e ítem 2 . Durante el trabajo, asegúrese de que puedan:

- Utilizar la representación algebraica de la función $p = b(d)$ para calcular los valores de p y completar la tabla. (¿Qué expresión deben evaluar? ¿Qué valores toma y qué valores se obtienen?)
- Representar los pares ordenados (d, p) en el plano cartesiano. (¿Qué variable se representa en el eje horizontal y qué valores toma? ¿y en el eje vertical?)

Discusión de curso completo

Conduzca una discusión plenaria para que las parejas compartan sus respuestas. Asegúrese que todos los gráficos tengan la misma forma y de que, por el momento, sólo estén representados los puntos individuales sin unirlos con una línea recta.

Discusión de curso completo

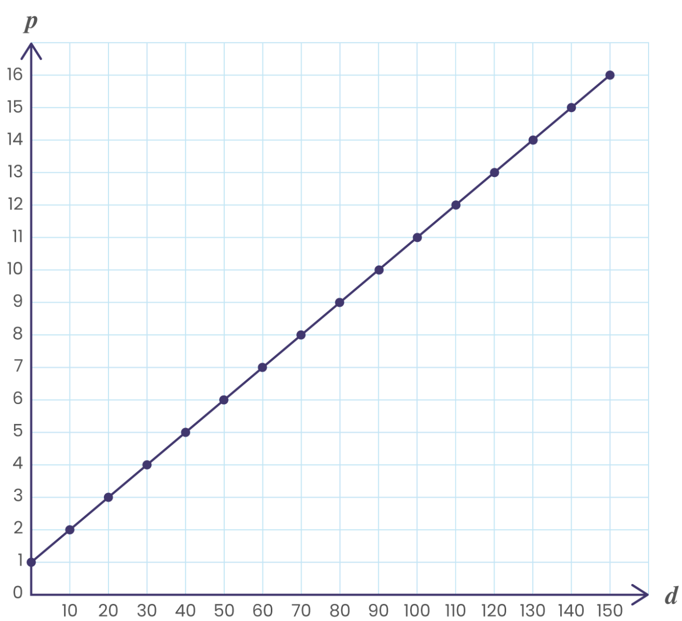
Organice una discusión plenaria y presente el ítem 3 . Durante la discusión, asegúrese de que los estudiantes puedan:

- Determinar que, para representar gráficamente la presión a cualquier profundidad entre 0 y 150 metros, deberían incluir **todos los puntos** (d, p) en ese rango de valores. (¿Es suficiente representar profundidades de 10 en 10, o también es necesario incluir valores intermedios, como 23 metros?)
- Reflexionar sobre el hecho de que **todos los puntos de la función deben seguir el mismo patrón** , ya que suponemos que el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad se mantiene constante entre 0 y 150 metros. (¿Crees que la manera en que se comporta la presión debería mantenerse entre los 0 a 150 metros de profundidad?).
- Concluir que, para representar completamente la función, basta con trazar una **línea recta** que conecte todos los puntos. (Si pudiéramos calcular todos los valores de la presión entre 0 y 150 metros de profundidad y colocarlos en el gráfico, ¿qué forma tendría el gráfico de la función?).

Conclusiones

Resuma los puntos clave de la discusión con las siguientes ideas:

- Una función se puede **representar de diferentes maneras** : mediante una expresión algebraica, una tabla de valores o un gráfico.
- A partir de la **expresión algebraica** , es posible calcular los valores de la variable dependiente para distintos valores de la variable independiente.
- Con estos valores, podemos construir una tabla o un gráfico que nos permita **visualizar y analizar** cómo se relacionan ambas variables en la función.
- En esta actividad, usamos la expresión $p = b(d) = \frac{1}{10} \cdot d + 1$ para calcular algunos valores de p , completar una tabla y representar los puntos (d, p) en un plano cartesiano.
- En esta actividad, no calculamos la presión para todas las profundidades entre 0 y 150 metros. Como el **cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad era siempre el mismo** , los puntos seguían un mismo patrón. Por eso, bastó con calcular algunos puntos y **unirlos con una línea recta** para representar la función en todo ese rango.



Anticipaciones y sugerencias

- Es posible que algunos estudiantes piensen que, al cambiar la profundidad, también cambia la composición del agua (por ejemplo, su densidad), y que por eso el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad no se mantendría constante. Comente que, aunque esto puede ser cierto en situaciones reales más complejas, para profundidades pequeñas como las que se consideran aquí (entre 0 y 150 metros), podemos suponer que la composición del agua no cambia.

TICKET DE SALIDA

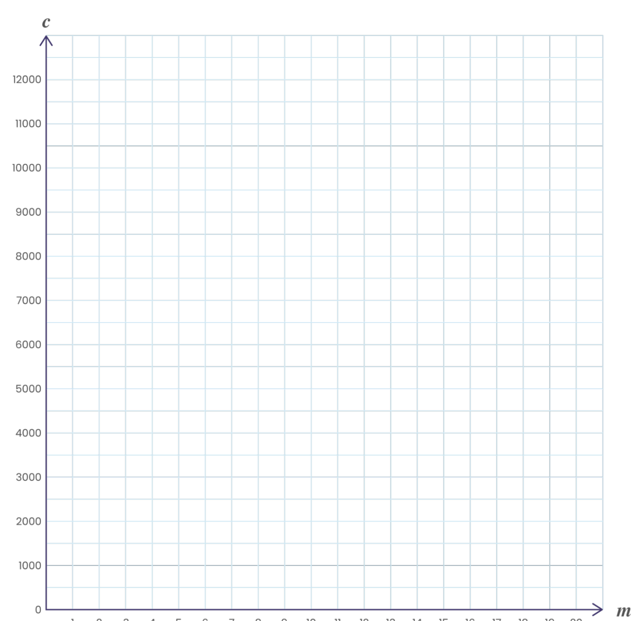
Una empresa distribuidora de agua cobra $500 por metro cúbico de agua, más $2000 mensuales de costo fijo. La siguiente expresión algebraica representa la función del costo total c por el consumo de m metros cúbicos de agua en un mes.

$$c = f(m) = 500 \cdot m + 2000$$

1. Completa la tabla:

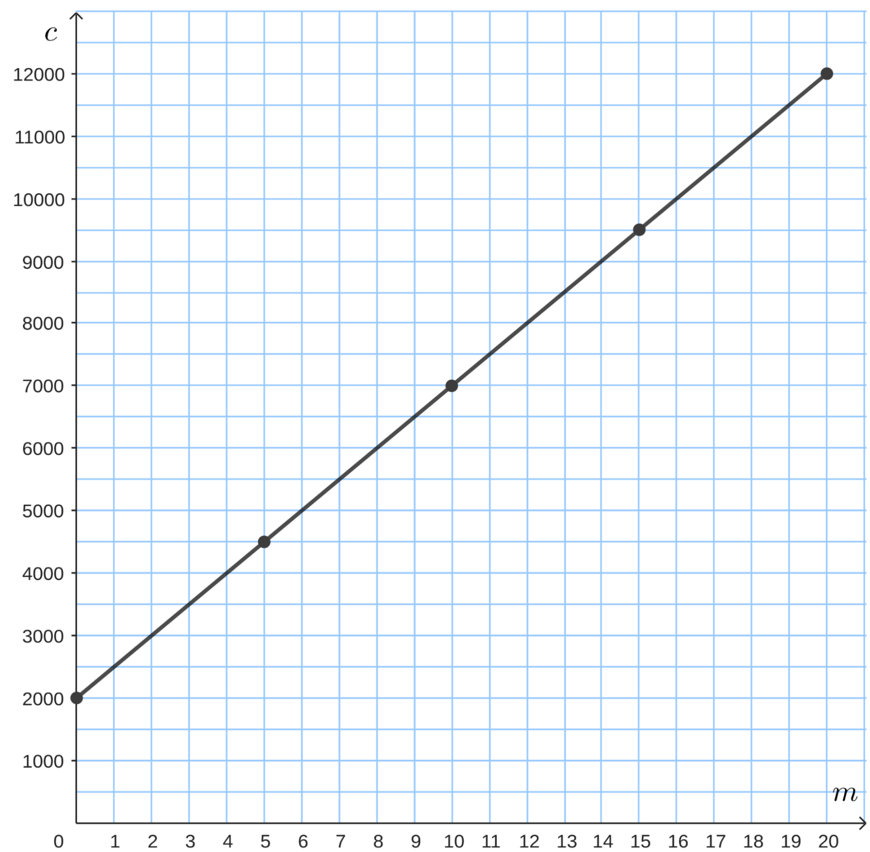
Consumo m (metros cúbicos)	0	5	10	15	20
Costo total c ($)					

1. Grafica la función $c = f(m)$.



Indicador de evaluación	Construir la representación gráfica y tabular de una función a partir de su expresión algebraica.

Posibles comprensiones

Comentario respuesta esperada	1. Costo total en la tabla: 2000; 4500; 7000; 9500; 12000 2. Gráfica: 

CIERRE DE LECCIÓN

En esta lección:

- Una **función se puede representar de diferentes maneras** : mediante una expresión algebraica, una tabla de valores o un gráfico.
- Para descubrir la **expresión algebraica** de la función que relaciona la presión bajo el mar con la profundidad, seguimos estos pasos:
- **Identificamos un patrón en la tabla** : cada 10 metros de profundidad, la presión aumenta 1 atm.

Profundidad d (metros)	0	10	20	30	40
Presión p (atm)	1	2	3	4	5

- **Vimos que el cociente es constante** : relacionamos que el patrón anterior indica que el cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad es siempre igual a $\frac{1}{10}$.

$$\frac{\text{cambio de presión}}{\text{cambio de profundidad}} = \frac{2-1}{10-0} = \frac{3-1}{20-0} = \frac{4-1}{30-0} = \frac{5-1}{40-0} = \frac{1}{10}$$

- **Planteamos una igualdad** : planteamos el cociente de cambios de un valor cualquiera de d y su presión p y lo igualamos a $\frac{1}{10}$.

$$\frac{p-1}{d-0} = \frac{1}{10}$$

- **Despejamos:** para obtener una expresión para p.

$$\begin{aligned} \frac{p-1}{d-0} &= \frac{1}{10} \\ \frac{p-1}{d} &= \frac{1}{10} \\ p-1 &= \frac{1}{10} \cdot d \\ p &= \frac{1}{10} \cdot d + 1 \end{aligned}$$

- **Interpretamos como función** : reconocemos que la expresión algebraica representa la función.

$$p = b(d) = \frac{1}{10} \cdot d + 1$$

- La expresión algebraica de una función es como una receta que, al darle un número, nos dice inmediatamente el resultado que buscamos. Solo hace falta **evaluar la expresión** , que es sustituir la letra por el valor que tengamos.

- En nuestro caso, la expresión $p = b(d) = \frac{1}{10} \cdot d + 1$ nos permitió saber cuánta presión hay a cualquier profundidad. Por ejemplo, para el récord de buceo a 332 m de profundidad calculamos:

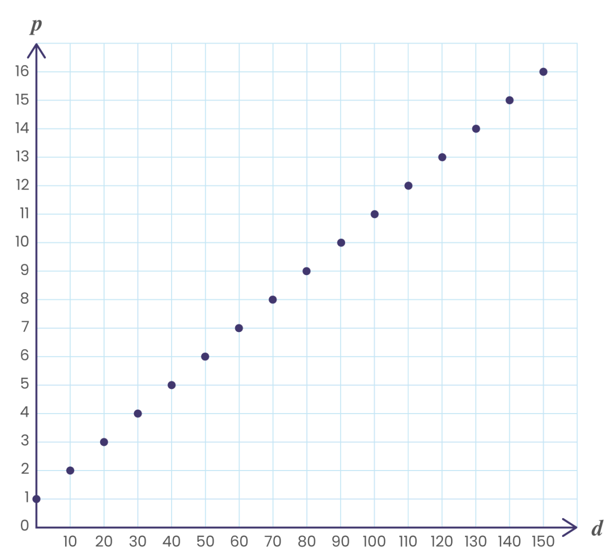
$$p = b(332) = \frac{1}{10} \cdot 332 + 1 = 33,2$$

atm

- También podemos usar la expresión algebraica para buscar puntos que nos permitan **graficar la función** .

- En el caso de la función de buceo, usamos la expresión algebraica para completar una tabla y representar los puntos en el plano cartesiano.

- Para este caso específico, dado que el cociente cociente entre el cambio de presión y el cambio de profundidad es constante, los puntos del gráfico de la función siguen un mismo patrón, lo que nos llevó a concluir que el gráfico de la función es una línea recta.



Términos matemáticos que ahora puedo ocupar:

- representación de una función
- expresión algebraica de una función
- patrones en un una tabla
- evaluar una expresión
- graficar una función