



MATEMÁTICA CONECTADA

# FUNDAMENTACIÓN

Unidad Probabilidades

## FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA DE LA UNIDAD

### Resumen general

Esta unidad constituye una ruta de aprendizaje diseñada para que los estudiantes desarrollen una comprensión progresiva del azar y de la probabilidad, transitando desde aproximaciones intuitivas y cualitativas hacia enfoques cuantitativos para analizar situaciones aleatorias. Se compone de 9 lecciones organizadas en una secuencia progresiva que comienza con la identificación de situaciones de naturaleza aleatoria en contextos cotidianos y con la valoración cualitativa del grado de posibilidad de ciertos resultados, utilizando expresiones como “imposible”, “posible” y “seguro”.

Posteriormente, la unidad introduce los conceptos de experimento aleatorio, espacio muestral y suceso, permitiendo a los estudiantes describir y analizar juegos de azar y otras situaciones aleatorias con un lenguaje matemático más preciso. Sobre esta base, se desarrolla el enfoque frecuentista de la probabilidad, a partir del análisis de frecuencias relativas, la observación de regularidades en experimentos repetidos y la interpretación de la probabilidad como el valor hacia el cual tiende la frecuencia relativa cuando el número de repeticiones aumenta.

En una etapa posterior, la unidad introduce el enfoque clásico de la probabilidad, enfatizando que su uso requiere condiciones de equiprobabilidad. A partir de ello, los estudiantes analizan experimentos aleatorios simples y compuestos, formalizan la Regla de Laplace y utilizan diagramas de árbol para modelar espacios muestrales y calcular probabilidades, incluso en casos en que es necesario construir espacios muestrales auxiliares equiprobables.

Esta unidad de aprendizaje incorpora enfoques y decisiones didácticas que la diferencian de propuestas tradicionales sobre la enseñanza de la probabilidad. A continuación, se describen sus principales características.

### La probabilidad como estudio del azar y la variabilidad

Una dificultad ampliamente documentada en la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad es la tendencia de los estudiantes a interpretar los fenómenos aleatorios desde una lógica determinista o fuertemente subjetiva. En lugar de analizar la variabilidad y las regularidades propias del azar, suelen basarse en creencias personales, experiencias aisladas o intuiciones no fundamentadas. Esto puede dar lugar a interpretaciones incorrectas del azar, como la creencia de que los resultados “se corrigen” con el tiempo o la suposición de que, en cualquier experimento aleatorio, todos los resultados son igualmente probables.

Frente a ello, esta unidad sitúa el estudio de la probabilidad en el análisis de situaciones cuya observación no puede anticiparse con certeza, promoviendo desde el inicio una comprensión del azar como una forma de interpretar y describir fenómenos reales. En la **lección 1**, los estudiantes reconocen que en el entorno cotidiano existen situaciones cuya observación puede cambiar de manera impredecible y comienzan a asociar esa impredecibilidad con la noción de aleatoriedad. En la **lección 2**, profundizan esta comprensión al comparar observaciones posibles y valorar cualitativamente su grado de posibilidad.

### **Una progresión desde comprensiones cualitativas hacia enfoques cuantitativos**

En esta unidad se propone una trayectoria de aprendizaje que comienza con comprensiones intuitivas y cualitativas del azar y de la probabilidad, y que avanza gradualmente hacia enfoques cuantitativos. Esta decisión responde a la necesidad de evitar una introducción temprana y descontextualizada de definiciones formales o fórmulas de cálculo, que pueden obstaculizar la comprensión conceptual.

En una primera etapa, las y los estudiantes utilizan expresiones como “imposible”, “posible” y “seguro” para describir el grado de posibilidad de distintos resultados en situaciones aleatorias. Este trabajo, desarrollado especialmente en la **lección 2**, permite que comiencen a entender la probabilidad como una medida asociada al grado de posibilidad de ocurrencia de un resultado, antes de asignarle un valor numérico.

Posteriormente, la unidad avanza hacia enfoques cuantitativos complementarios. En la **lección 4** y la **lección 5** se desarrolla el enfoque frecuentista, mientras que en las **lecciones 6 a 9** se introduce y profundiza el enfoque clásico. Esta secuencia busca que los estudiantes construyan progresivamente el significado de la probabilidad, conectando estimaciones empíricas, análisis de regularidades y modelos matemáticos.

### **Experimento aleatorio, espacio muestral y suceso como herramientas para describir lo aleatorio**

Una decisión central de la unidad es introducir tempranamente un lenguaje matemático que permita describir con precisión las situaciones aleatorias. En la **lección 3**, los estudiantes formalizan los conceptos de experimento aleatorio, espacio muestral y suceso a partir del análisis de juegos de azar. Esta formalización no se presenta como una definición aislada, sino como una necesidad que emerge al analizar resultados posibles, anticipar observaciones y comunicar con claridad lo que ocurre en una situación aleatoria.

Este trabajo es relevante porque permite pasar desde descripciones informales del azar hacia una manera más estructurada de analizarlo. En particular, las y los estudiantes comprenden que:

- Existen situaciones cuya observación no puede anticiparse con certeza y que, por tanto, son de naturaleza aleatoria.
- Un experimento aleatorio describe una situación aleatoria que puede repetirse bajo las mismas condiciones.
- Para describir un experimento aleatorio, es necesario especificar una acción y precisar adecuadamente qué se observará como resultado.
- El espacio muestral reúne los posibles resultados del experimento aleatorio.
- Un suceso corresponde a uno o más resultados del espacio muestral que comparten una determinada característica.

### El enfoque frecuentista y la emergencia de regularidades en el azar

En la **lección 4** y la **lección 5**, la unidad inicia el estudio de la probabilidad desde un enfoque frecuentista. En estas lecciones, las y los estudiantes analizan frecuencias relativas en experimentos aleatorios repetidos, comparan resultados obtenidos con distintos tamaños de muestra y observan cómo, a pesar de la variabilidad de los resultados individuales, comienzan a emerger ciertas regularidades cuando aumenta el número de repeticiones.

Esta progresión es importante porque permite que los estudiantes construyan una comprensión empírica de la probabilidad antes de formalizarla numéricamente. En la **lección 4**, reconocen que la frecuencia relativa es una herramienta adecuada para comparar resultados cuando los tamaños de muestra son distintos y que su comportamiento varía considerablemente cuando se cuenta con pocas repeticiones. En la **lección 5**, a partir del análisis de simulaciones y gráficos de líneas, establecen que la frecuencia relativa tiende a estabilizarse en torno a un cierto valor cuando el experimento se repite muchas veces, y que dicho valor puede interpretarse como una estimación de la probabilidad.

Este enfoque permite desarrollar una idea fundamental para la unidad: la probabilidad de un resultado puede interpretarse como el valor hacia el cual tiende su frecuencia relativa al repetir muchas veces el experimento aleatorio.

### La equiprobabilidad como condición para el enfoque clásico

Una dificultad frecuente en la enseñanza de la probabilidad es que los estudiantes tienden a asumir equiprobabilidad incluso en experimentos donde esa condición no se cumple. Esta unidad aborda explícitamente esta dificultad, evitando presentar la Regla de Laplace como una herramienta de uso general. En cambio, se enfatiza que el enfoque clásico solo es válido cuando todos los resultados del espacio muestral son equiprobables.

En la **lección 6**, los estudiantes analizan distintos experimentos aleatorios para decidir si sus resultados son o no equiprobables. Este trabajo permite distinguir entre experimentos donde todos los resultados tienen la misma probabilidad de ocurrencia y aquellos en que ello no sucede. A partir

de esa distinción, se generaliza la relación entre el número de resultados posibles y la probabilidad de cada uno en espacios muestrales equiprobables.

Sobre esta base, en la **lección 7** se formaliza la Regla de Laplace como una herramienta para calcular probabilidades en espacios muestrales equiprobables, y se profundiza en una idea especialmente relevante: en ciertos experimentos que inicialmente no parecen equiprobables, es posible construir un espacio muestral auxiliar equiprobable mediante nuevas etiquetas o representaciones, lo que permite aplicar correctamente la regla.

### **La remodelación del experimento y la Regla de Laplace**

Un rasgo distintivo de esta unidad es que la Regla de Laplace no se introduce únicamente como una fórmula, sino como el resultado de un proceso de análisis del experimento aleatorio. En particular, la **lección 7** promueve que los estudiantes reconozcan elementos idénticos dentro de un experimento no equiprobable, los reorganicen y construyan a partir de ellos un espacio muestral equiprobable auxiliar.

Este trabajo es relevante porque permite comprender que la probabilidad de un suceso no depende del orden, la disposición o la etiqueta de los resultados, sino del número de resultados favorables y del total de resultados posibles dentro de un espacio equiprobable adecuadamente construido. De este modo, la unidad evita un uso mecánico de la Regla de Laplace y favorece una comprensión más profunda de las condiciones que justifican su aplicación.

### **El diagrama de árbol como herramienta para modelar experimentos aleatorios**

En la **lección 8** y la **lección 9**, la unidad introduce el diagrama de árbol como una herramienta para representar el espacio muestral de experimentos aleatorios compuestos. Esta representación permite visualizar con claridad las distintas etapas del experimento, los posibles resultados asociados a cada una y las relaciones entre ellos.

En la **lección 8**, el diagrama de árbol se utiliza para modelar experimentos por etapas y para reinterpretar experimentos que, observados de una forma global, no parecen equiprobables. En la **lección 9**, este trabajo se profundiza al analizar diagramas con ramas de distinto largo o con distintas probabilidades en sus etapas, lo que permite establecer criterios para decidir si un espacio muestral es equiprobable y, cuando no lo es, construir un diagrama auxiliar que sí lo sea.

Así, el diagrama de árbol cumple un doble rol en la unidad: por una parte, organiza y hace visible el espacio muestral de un experimento; por otra, se transforma en una herramienta para justificar cuándo es posible aplicar la Regla de Laplace y cómo hacerlo en experimentos más complejos.

## REFERENCIAS

American Statistical Association. (2016). *GAISE Report*.

Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense Publishers.

Cardeñoso, J. M., Azcárate, P., & Serrano, L. (2017). El sesgo de equiprobabilidad como dificultad para comprender la incertidumbre en futuros docentes argentinos. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 145-166.