



MATEMÁTICA CONECTADA

FUNDAMENTACIÓN

Unidad Transformaciones Isométricas

FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA DE LA UNIDAD

Resumen general

Esta unidad constituye una ruta de aprendizaje diseñada para que los estudiantes desarrollen una comprensión de las homotecias con un enfoque de transformación geométrica, que permite posteriormente abordar otros temas, como la semejanza. Se compone de 10 lecciones organizadas en una secuencia progresiva que comienza recordando conocimientos sobre las transformaciones isométricas, estudiadas en niveles anteriores. A partir de este trabajo, se caracterizan progresivamente la reflexión, rotación y traslación, relevando las propiedades geométricas comunes que las agrupan como transformaciones isométricas, las que se sistematizan en la lección 6. Luego, se avanza con la caracterización en el plano cartesiano y la composición de las transformaciones. La unidad finaliza con una lección en la que se abordan las transformaciones inversas, a partir de la composición.

Esta unidad de aprendizaje incorpora enfoques y decisiones didácticas que la diferencian de las propuestas tradicionales sobre el estudio de homotecias y semejanzas. A continuación, se describen sus principales características.

Enfoque de transformaciones geométricas

Una transformación geométrica en el plano se define formalmente como una correspondencia uno a uno del conjunto de puntos del plano sobre sí mismo. Por lo tanto, a cada punto del plano le corresponde una única imagen, y cada punto del plano es la imagen de un único punto. De esta manera, son transformaciones la traslación, rotación, reflexión y dilataciones (homotecias).

Esta unidad se desarrolló contemplando el enfoque de transformaciones geométricas para dar continuidad entre el trabajo realizado con transformaciones isométricas y, posteriormente, con homotecias y semejanzas.

Respecto de la comprensión de las transformaciones, Hollebrands (2003) plantea que los estudiantes avanzan por diferentes estadios, desde comprenderlas como una simple acción o movimiento físico sobre un objeto, hasta entender las transformaciones como funciones que actúan sobre todo el plano, con propiedades que las definen. Asimismo, el estudio de las transformaciones

geométricas ofrece oportunidades para desarrollar razonamiento de nivel superior mediante diversas representaciones.

Progresión de los niveles de razonamiento (Soon)

Para asegurar que los estudiantes participen en actividades de razonamiento de nivel superior, la secuencia de lecciones se basa en la progresión de aprendizaje para la comprensión de las transformaciones geométricas elaborada por Soon (1989), la cual se fundamenta en la progresión de van Hiele para la geometría.

A continuación, se presenta la progresión de niveles de razonamiento asociada a la unidad:

Nivel	Características: Los estudiantes...
Nivel 1	(Lección 1) - Identifican transformaciones mediante cambios en figuras e imágenes de contextos cotidianos. (Lecciones 1 a 4) - Resuelven problemas operando sobre cambios o movimientos en las figuras. - Nombran transformaciones utilizando etiquetas estándar y no estándar. - Identifican transformaciones mediante movimientos reales.
Nivel 2	(Lecciones 2 a 4) - Utilizan propiedades para dibujar preimágenes e imágenes. - Localizan eje de reflexión, centro de rotación, vector de traslación y centro de ampliación. (Lecciones 5 y 10) - Descubren propiedades de las transformaciones. - Utilizan vocabulario apropiado. (Lecciones 5 a 7) - Resuelven problemas usando propiedades y coordenadas.

Nivel	Características: Los estudiantes...
Nivel 3	(Lecciones 8 y 9) - Realizan composición de transformaciones. - Describen cambios entre preimagen e imagen en composiciones. (Fuera de los alcances de los OA) - Representan transformaciones con coordenadas y matrices. - Descomponen y recomponen transformaciones.
Nivel 4	(Fuera de los alcances de los OA) - Realizan demostraciones geométricas mediante transformaciones. - Utilizan coordenadas y matrices para demostrar.
Nivel 5	(Lecciones 9 y 10) - Comprenden asociatividad, conmutatividad, identidad e inversa. (Fuera de los alcances de los OA) - Analizan estructuras de grupo en transformaciones.

En síntesis, las lecciones quedan asociadas a uno o dos niveles de la progresión de Soon en la comprensión de las transformaciones geométricas, las que, en la medida que se avanza en la unidad, se promueve un nivel de razonamiento mayor. En el siguiente resumen, se puede visualizar la progresión de la unidad según niveles de razonamiento.

Nivel 1	Lección 1	Lección2, Lección 3, Lección 4			
Nivel 2			Lección 5, Lección 6, Lección 7		
Nivel 3				Lección 8, Lección 9	
Nivel 4					
Nivel 5					

REFERENCIAS

Fife, J. H., James, K., & Bauer, M. (2019). *A Learning Progression for Geometric Transformations*. ETS Research Report Series.

Jaime, A., & Gutiérrez, A. (1995). Connecting research to teaching: Guidelines for teaching plane isometries in secondary school. *The Mathematics Teacher*, 88(7), 591-597.