MATCON

MATEMÁTICA CONECTADA

GUÍA DOCENTE

Lección 1 - Unidad De Transformaciones Isométricas

fcfm FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMMEdu Laboratorio de Educación Centro de Modelamiento Matemático

Ministerio de Educación Gobierno de Chile

PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA seamos Comunidad

unesco Cátedra

VISIÓN GLOBAL

Objetivo de la lección

Representar transformaciones isométricas de figuras en una cuadrícula.

Lugar de la lección en la unidad

En esta primera lección se reactivan los conocimientos sobre transformaciones isométricas que aborda el OA 18 de 4º y 5º básico. El objetivo es que al comenzar la secuencia de lecciones todos los estudiantes sean capaces de llevar a cabo las 3 transformaciones isométricas con figuras sencillas en un cuadriculado.

Tareas matemáticas

T1. Describir el efecto que una transformación tiene sobre una figura.
T2. Describir las características en común de las transformaciones isométricas.
T3. Dibujar el vector, imagen o preimagen en una traslación en una cuadrícula.
T4. Reconocer el ángulo y el sentido de una rotación en una cuadrícula.
T5. Dibujar la imagen o preimagen de una rotación en una cuadrícula.
T6. Dibujar la imagen de una reflexión en una cuadrícula.

Panorama leccion

Esta lección consta de dos actividades. La **Actividad 1** está dividida en dos partes. En la primera parte describen los cambios de una figura transformada (T1) y en la segunda parte clasifican esos cambios según lo que tienen en común. Esta actividad permite reactivar los conceptos que los estudiantes tienen de las transformaciones isométricas de manera verbal. Al finalizar se puede establecer de manera clara el tema de las lecciones futuras: las transformaciones isométricas y sus características (T2).

En la **Actividad 2** , los estudiantes tienen la oportunidad de trabajar traslaciones, rotaciones y reflexiones en una cuadrícula. Al ir completando lo que falta en cada transformación (T3, T4, T5 y T6), los estudiantes irán recordando el rol que cada elemento de la transformación cumple. Esta actividad permite que los estudiantes tengan la oportunidad de recordar de manera práctica las transformaciones antes de recordar la definición formal de cada una.

A partir de esta actividad, el docente podrá comenzar a profundizar en las implicancias de las definiciones de cada una de estas transformaciones.

ACTIVIDAD 1

1 A la siguiente figura se le aplicaron distintas **transformaciones** . Describe en una frase el cambio que provocó la transformación.

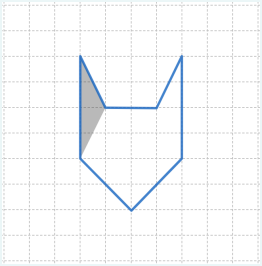
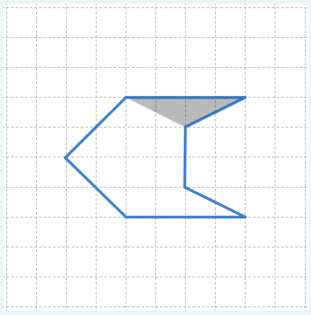
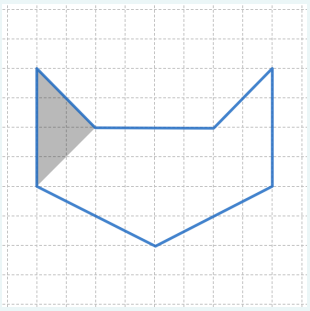


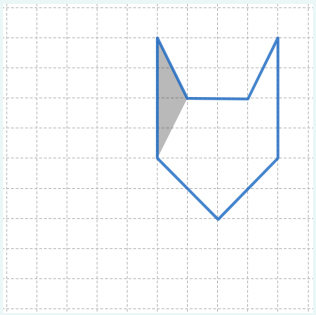
Figura original



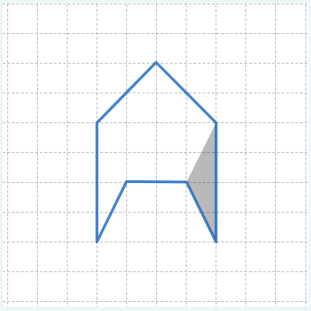
A.



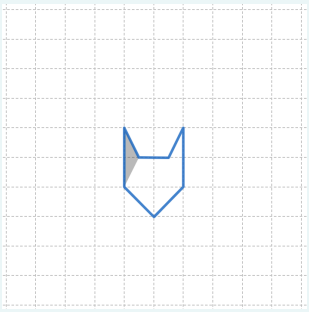
B.



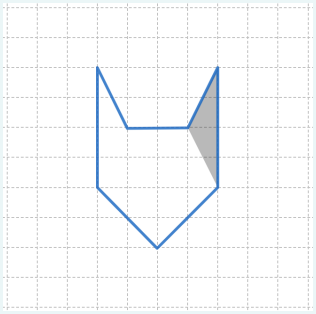
C.



D.

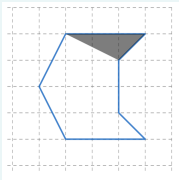
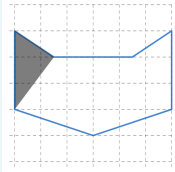
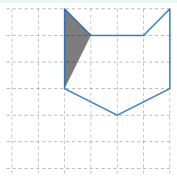
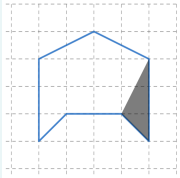
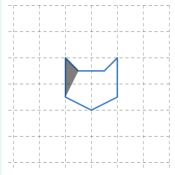
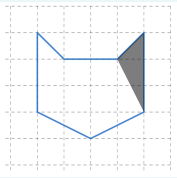


E.



F

1 Ejemplos de descripciones posibles

 **A. fue Rotada** fue Girada	 **B. fue Estirada**	 **C. fue Trasladada** fue Movida
 **D. fue Rotada** fue Girada	 **E. fue Achicada**	 **F. fue Reflejada** fue Invertida

2 Las figuras A y B fueron clasificadas en dos grupos distintos. Continua la clasificación con el resto de las figuras. No es necesario que ambos grupos tengan la misma cantidad de figuras.

Primer Grupo	Segundo Grupo
A	B

a. Describe el criterio que usaron para categorizar las figuras en cada grupo

b. ¿Se les ocurrieron otros criterios para clasificar estas figuras?

Respuesta experta

2 Posibles formas de clasificación

Primer Grupo	Segundo Grupo
A C D F	**B** E
A C D F E	B

a. Figuras que mantienen el tamaño y la forma de la original y las que no (primera opción).

b. Figuras que mantienen el tamaño de la original y las que lo cambian (segunda opción).

GESTION ACTIVIDAD 1

Objetivo

Recordar las transformaciones isométricas en el plano describiendo el efecto que tienen sobre una figura.

Trabajo en grupos

Antes de comenzar el trabajo de la lección, sugerimos mencionar a los estudiantes que esta unidad trata sobre **transformaciones, es decir, cómo las figuras pueden cambiar** . Indique a los estudiantes que a lo largo de la unidad iremos desarrollando técnicas nuevas a medida nos enfrentamos a distintos problemas, pero que siempre nos detendremos a pensar en porqué estas estrategias funcionan.

Mencione el objetivo de la clase en un lenguaje informal, por ejemplo: En esta clase recordaremos algunas transformaciones geométricas que han estudiado en cursos anteriores.

Organice a los estudiantes en parejas y presente la **Actividad 1** .Comunique que el espacio restringido en el **ítem 1** es intencional ya que deben intentar ser precisos. En el **ítem 2** deberán clasificar las transformaciones en dos grupos. Explique que no existe una sola respuesta, lo importante es establecer un criterio coherente. El dar ya A y B busca evitar categorizaciones que se alejen del objetivo.

Monitoree el trabajo de los estudiantes. Haga preguntas para hacerles notar cuando una descripción puede ser aún más precisa o para que piensen en qué características agrupan a las figuras más allá de la descripción que hacemos de ellas.

- ¿cómo puedo diferenciar la descripción de distintos giros?
- ¿De qué formas puede moverse la figura?
- ¿Qué diferencias tienen la figura A y B?
- Solo viendo A y B ¿en qué grupo clasificarías a C?

Discusión grupal

Proyecte en la pizarra las imágenes del **ítem 1** y anote distintas frases que los estudiantes hayan usado para describirlas. Se espera que los estudiantes:

- Reconozcan las acciones físicas relacionadas a las transformaciones.
- Recuerden los términos formales asociadas a las transformaciones (reflexión, reflejar, rotar, rotación, etc.).

Haga notar que al describir una transformación no basta con identificar la acción (ej: rotar, estirar), sino que se debe también precisar (ej: rotar en 90° grados, estirar verticalmente). Esto es lo que permite diferenciar figuras con transformaciones similares como A y D.

Al compartir las formas de clasificar las figuras en el **ítem 2** invite a grupos con distintos criterios a explicarlos y escríbalos en la pizarra. Invite a los estudiantes a analizar cómo varían los criterios respecto a su precisión y elección de palabras.

Conclusiones

Al cerrar esta actividad establezca que, si bien existen distintas transformaciones, en esta unidad estudiarán solo aquellas que "conservan la forma y el tamaño de las figuras" (en términos matemáticos más precisos, transformaciones que producen figuras congruentes). Estas transformaciones se conocen como **transformaciones isométricas** y son: la **traslación** , la **rotación** y la **reflexión** .

Anticipaciones y sugerencias

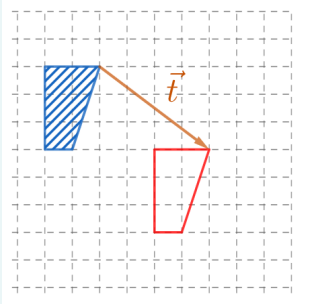
En el ítem 1 , algunos estudiantes podrían considerar que la transformación C (trasladada) no tiene ningún cambio. Destaque el comentario, estas son discusiones y preguntas muy relevantes. Puede decirle al estudiante que en geometría consideramos también la posición como una característica, por lo que si se mueve, también cambia.

Algunos estudiantes podrían considerar que F (reflexión) modifica la forma ya que la oreja negra cambia de lado. Aborde esto en la discusión grupal para que otros estudiantes den su opinión. Comunique que en futuras lecciones abordarán esta problemática que es muy interesante porque tensiona las diferencias entre nuestro mundo real y el matemático. En esta clase no puede ser aún resuelta (en la lección 6 esta discusión puede abordarse de nuevo, es conveniente considerar la reflexión dentro del grupo de transformaciones isométricas ya que comparte propiedades con la rotación y la traslación).

ACTIVIDAD 2

1 Complete la información de cada una de las **traslaciones** de la tabla siguiendo el ejemplo de **traslación** , que fue representado en el gráfico, con palabras y notación matemática.

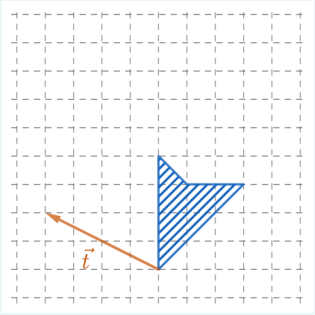
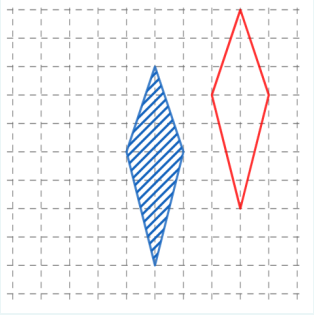
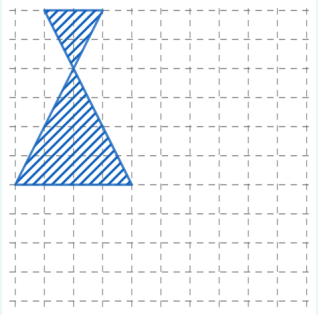
Representación gráfica



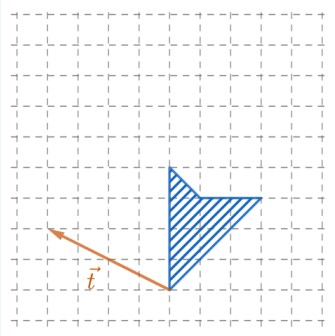
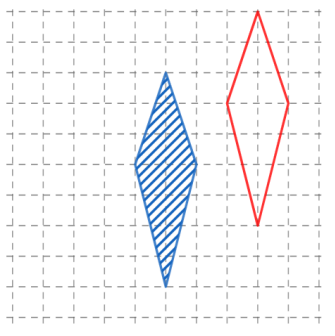
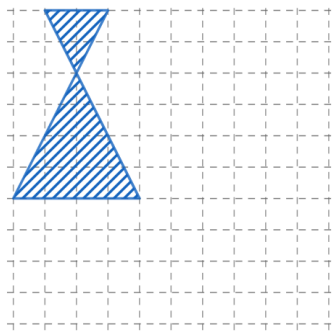
- **Descripción con palabras:** La figura se desplazó 4 unidades a la derecha y 3 hacia abajo.
- **Notación matemática:** El vector de traslación es

$$\vec{t} = (4, -3)$$

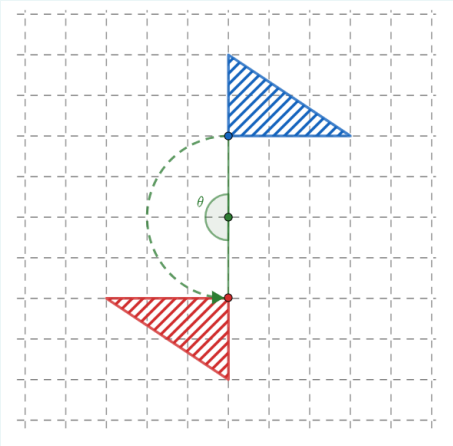
Completa el gráfico, la descripción o notación de cada traslación.

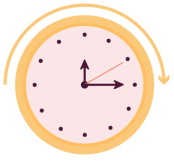
		
La figura se desplazó 4 unidades a la izquierda y ☐ hacia ☐.	La figura se desplazó ☐ unidades a la ☐. y 2 hacia arriba.	La figura se desplazó ☐ unidades a la ☐ y ☐ hacia ☐.
El vector de traslación es: $\vec{t} = (-4, -2)$	El vector de traslación es: $\vec{t} = (\ ,\ )$	El vector de traslación es: $\vec{t} = (2, -4)$

Respuesta experta

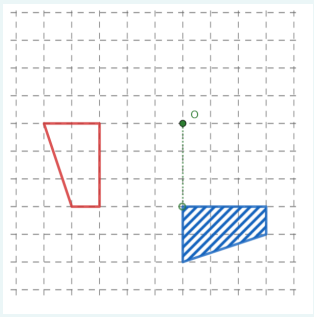
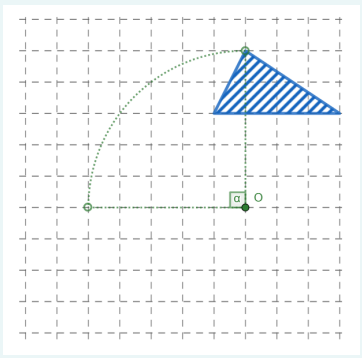
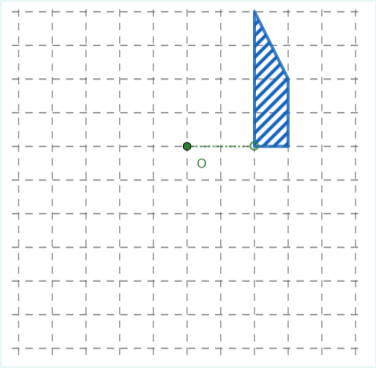
		
La figura se desplazó 4 unidades a la izquierda y 2 hacia arriba.	La figura se desplazó 3 unidades a la derecha y 2 hacia arriba.	La figura se desplazó 2 unidades a la derecha y 4 hacia abajo.
El vector de traslación es: $\vec{t} = (-4, -2)$	El vector de traslación es: $\vec{t} = (3, 2)$	El vector de traslación es: $\vec{t} = (2, -4)$

2 Complete la información de cada una de las **rotaciones** de la tabla siguiendo el ejemplo.

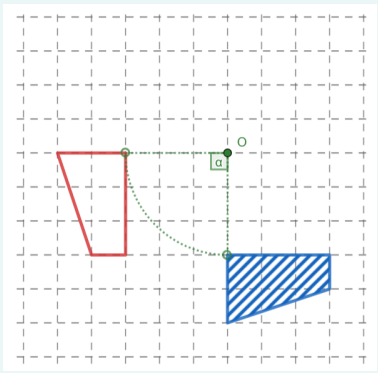
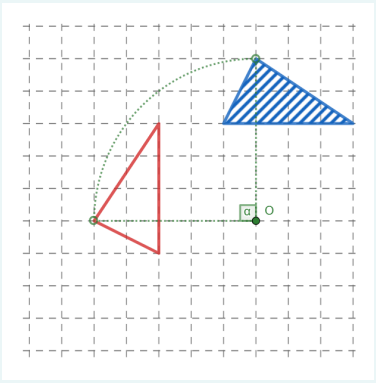
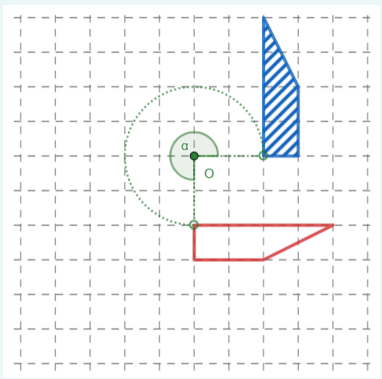


	
Sentido Horario (siguiendo las manecillas)	**Sentido Antihorario** (en contra de las manecillas)

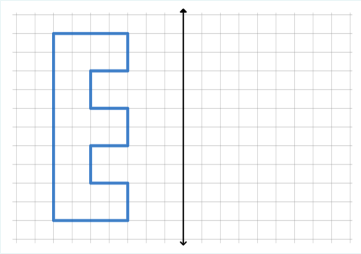
Se hizo una rotación de ☐° en sentido ☐

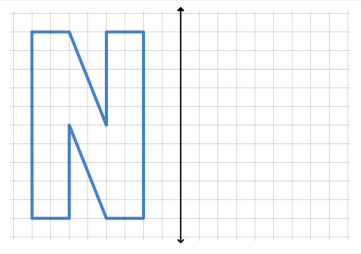
		
Se hizo una rotación de 90° en sentido ☐	Se hizo una rotación de ☐ ° en sentido **antihorario**	Se hizo una rotación de 270° en sentido **antihorario**

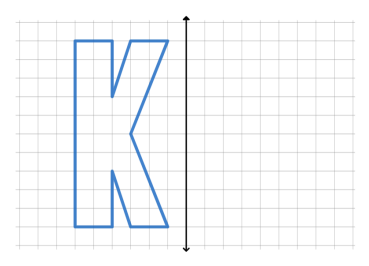
Respuesta experta

		
Se hizo una rotación de 90° en sentido **horario**	Se hizo una rotación de 90° en sentido **antihorario**	Se hizo una rotación de 270° en sentido **antihorario**

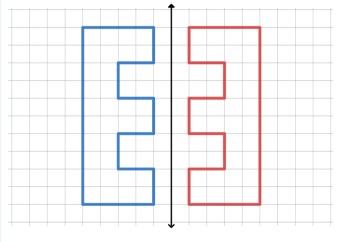
3 Refleja las letras L, K, y N con respecto al eje marcado.

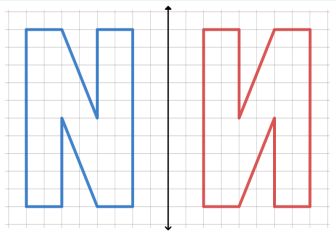


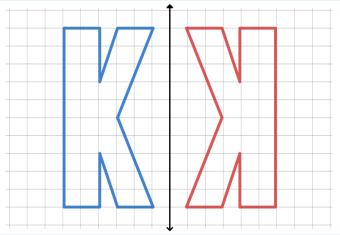




Respuesta experta







GESTION ACTIVIDAD 2

Objetivo

Reconocer los elementos de las traslaciones, rotaciones y reflexiones en una cuadrícula.

Trabajo individual

En esta actividad los estudiantes recordarán de manera práctica cómo llevar a cabo las transformaciones isométricas. Antes de cada transformación hay un ejemplo. Se sugiere desarrollar los ejemplos desde cero en la pizarra y de manera conjunta.

Dado que es una actividad práctica, cuide que cada estudiante sea capaz de hacer las transformaciones por su cuenta.

Para evitar acumular errores o dejar pasar mucho tiempo entre práctica y formalización, se sugiere abordar esta actividad de forma secuencial, es decir, trabajen en una transformación, revisen y formalicen antes de continuar a la siguiente transformación.

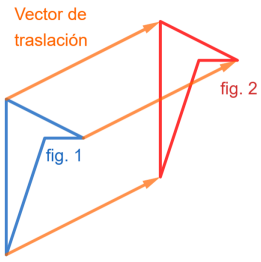
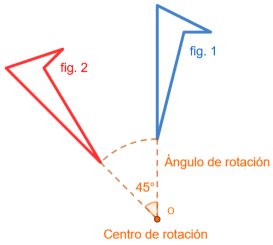
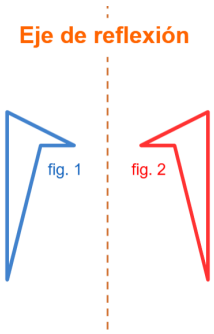
Discusión de curso completo

Al finalizar el trabajo independiente pídale a distintos estudiantes que anoten y dibujen sus respuestas en la pizarra. Luego de aclarar posibles dudas y dificultades, escriba la descripción de la transformación y el esquema asociado en la pizarra.

- A medida que avanzan en los ítems será importante que pueda utilizar e incentivar el uso de los términos preimagene imagen para referirse a las figuras involucradas en la transformación.
- Al recordar la rotación recalque la idea de que el signode un ángulo indica el sentido de la rotación y que por lo general se asume que se usa el sentido antihorario a menos que se diga lo contrario.

Conclusiones

Las definiciones de las transformaciones con las que trabajaremos son:

	La traslación es una transformación que mueve una figura, sin girarla, conservando su forma y tamaño. En una traslación, todos los puntos se mueven siguiendo al vector de traslación, que indica la dirección, sentido y magnitud del movimiento.
	La rotación es una transformación que gira una figura en un ángulo dado en torno a un punto fijo, llamado centro de rotación.
	La reflexión es una transformación que invierte la posición de una figura respecto de una línea que denominamos eje de reflexión. En términos coloquiales “la da vuelta”.

Anticipaciones y sugerencias

Dependiendo de cuánto recuerdan los estudiantes, podría ser necesario agregar ejercicios adicionales para algunas de las transformaciones. Escriba en la pizarra ejercicios adicionales si es que aún quedan dudas o dificultades.

ítem 1 (traslación) los estudiantes podrían no conectar vértices correspondientes al dibujar el vector de traslación o dibujarlo correctamente pero con el sentido inverso. En el primer caso podría dibujar un segundo vector que comience de uno de los vértices y termine en otro (¿cómo sabemos cuál de estos dos vectores es el correcto?). En el segundo caso podría preguntar ¿cómo sabemos cuál es la preimagen y cuál es la imagen? llamando la atención también sobre el ejemplo y la primera figura en donde se ve que la figura achurada es la preimagen.

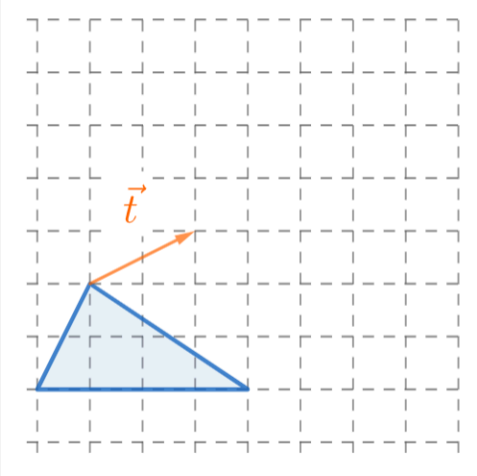
En el ítem 2 (rotación) puede surgir una confusión respecto a qué vértices marcar en la rotación. En ese caso puede invitar a los estudiantes a probar con distintos pares de vértices y preguntarles qué diferencias o similitudes notan.

En el ítem 3 (reflexión) puede que los estudiantes solamente se enfoquen en invertir la letra sin cuidar el hacerlo considerando la distancia correcta al eje de reflexión. En ese caso puede plantear la idea de imaginar que se dobla el papel a lo largo del eje.

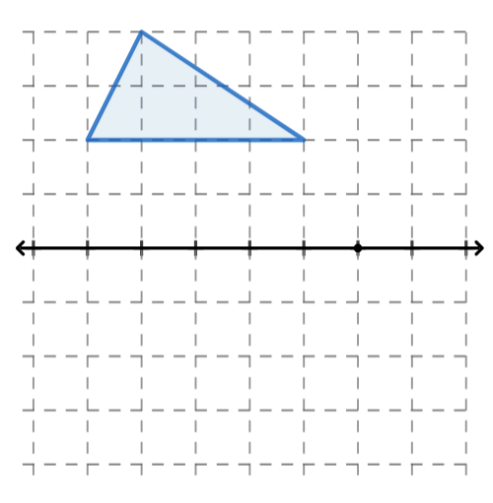
TICKET DE SALIDA

Dibuje la imagen de las figuras bajo las transformaciones indicadas.

El triángulo se trasladó con respecto al vector $\vec{t}$. Dibuje la figura resultante.

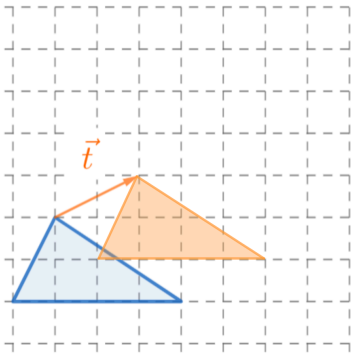
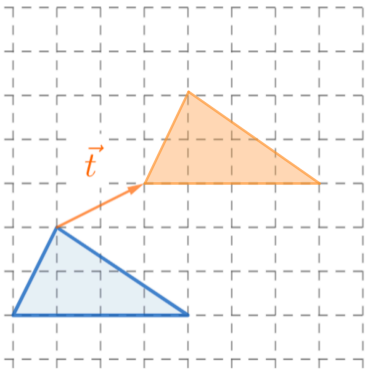
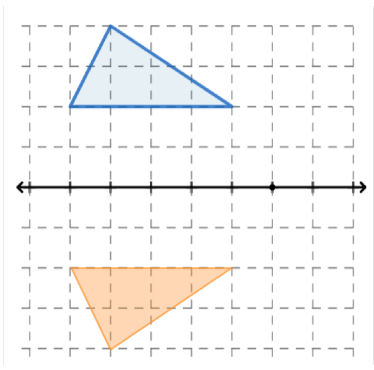
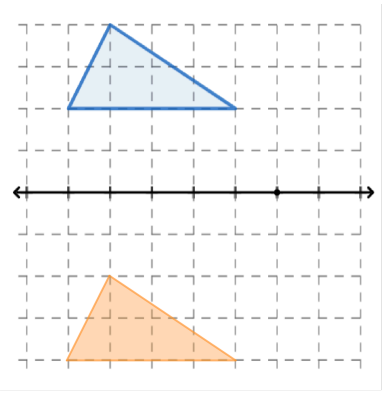


El triángulo se reflejó con respecto al eje marcado. Dibuje la figura resultante.



Indicador de evaluación	Dibujar la imagen de una traslación y una rotación, sobre un triángulo.

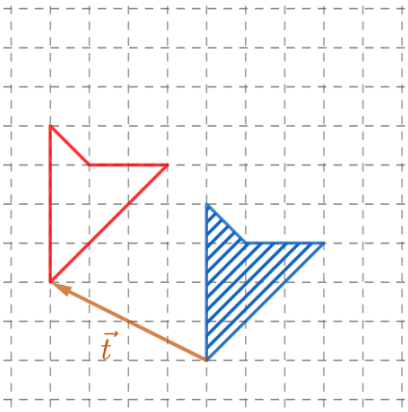
Posibles comprensiones

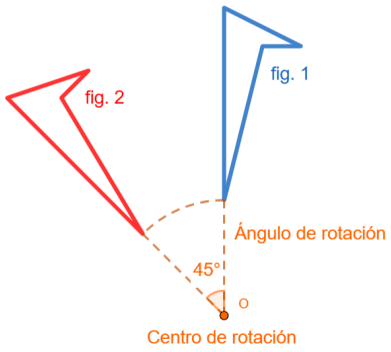
Figura	Respuesta correcta	Posibles comprensiones asociadas al error
1		Error posible:  Asumen que la figura debe mantener la misma orientación y mantener las medidas de la preimagen, sin considerar que los extremos del vector deben ser vértices correspondientes, ni considerar que la imagen puede tener una intersección con la preimagen
2		Error posible:  Asumen que la reflexión de una figura desplaza la preimagen "al otro lado" del eje, manteniendo las medidas de la preimagen, pero sin preservar las distancias entre puntos correspondientes respecto de la recta.

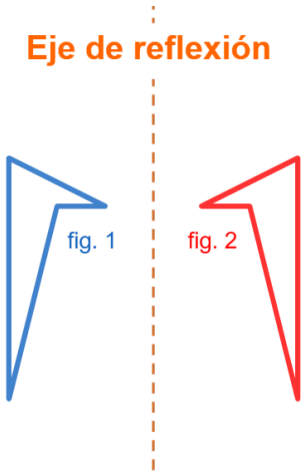
CIERRE DE LECCIÓN

En esta lección:

- Recordamos el concepto de **transformaciones isométricas.** Vimos que estas corresponden a aquellas transformaciones que al ser aplicadas a una figura no modifican su tamaño ni su forma.







- Recordamos el vocabulario matemático para hablar de las transformaciones, tales como los términos **preimagen** e **imagen** , **puntos correspondientes** (cuya notación es A y A', que se lee A prima).

- Recordamos términos específicos como:
  - Traslación y vector de traslación.
  - Rotación, centro de rotación, sentido de rotación y ángulo de rotación.
  - Reflexión y eje de reflexión.

- Notamos la importancia y la necesidad del vocabulario preciso para evitar ambigüedades.

Términos matemáticos que ahora puedo ocupar:

- transformación isométrica
- imagen
- preimagen
- “A prima”
- traslación
- vector de traslación
- rotación
- centro de rotación
- sentido de rotación
- ángulo de rotación
- reflexión
- eje de reflexión