MAT CON

MATEMÁTICA CONECTADA

GUÍA DOCENTE

Lección 7 - Unidad Transformaciones Isométricas

fcfm FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CMMEdu Laboratorio de Educación Centro de Modelamiento Matemático

Ministerio de Educación Gobierno de Chile

PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA seamos Comunidad

unesco Cátedra

VISIÓN GLOBAL

Objetivo de la lección

Componer transformaciones isométricas.

Lugar de la lección en la unidad

Esta lección se propone como la octava clase. Contribuye a que los estudiantes exploren la aplicación consecutiva de transformaciones isométricas a una figura plana, proceso al que se denominará composición.

Tareas matemáticas

T1. Identificar una secuencia de transformaciones isométricas que permiten convertir una figura en otra dada.
T2. Describir secuencias de transformaciones isométricas en el plano cartesiano.
T3. Dibujar el resultado final al componer transformaciones isométricas en el plano cartesiano.

Panorama leccion

Esta lección consta de tres actividades. En la **Actividad 1** los estudiantes identificarán secuencias de transformaciones isométricas aplicadas a una misma figura, o pieza del tangrama (T1). A partir de esta actividad, el docente podrá identificar como composición de transformaciones isométricas a dicha secuencia.

En la **Actividad 2**, los estudiantes dibujan la figura resultante al aplicar una composición de transformaciones isométricas, en el plano cartesiano (T2 y T3).

A partir de esta lección, el docente podrá concluir que la composición de transformaciones isométricas es un proceso en que estas se aplican consecutivamente.

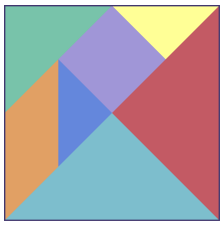
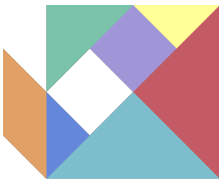
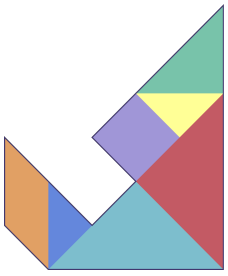
ACTIVACIÓN

Carla inicialmente tenía un gran cuadrado formado con las 7 piezas de un tangrama.



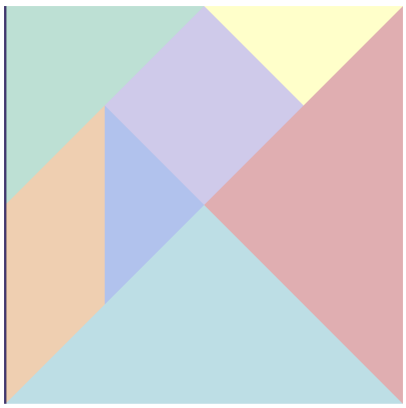
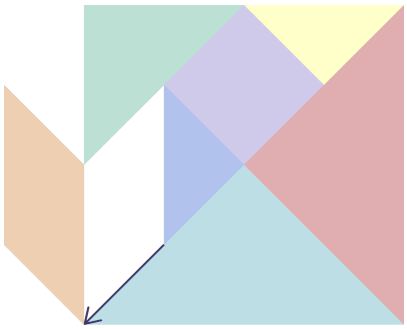
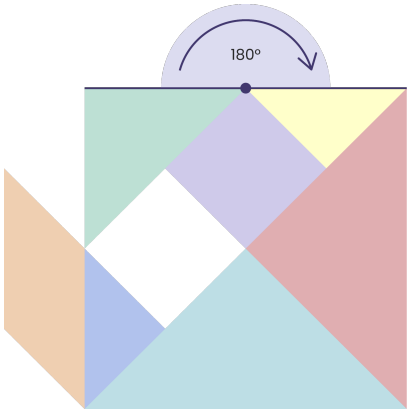
Luego hizo 3 movimientos, teniendo la precaución de no pasar una pieza sobre otra. Con esto, logró formar otra figura, que al marcar su borde, ella concluyó que tiene 8 lados (es un octágono).

A continuación se muestran los 4 momentos relevantes del proceso.

1. Cuadrado	2.	3.	4. Octágono
			

Usando solamente transformaciones isométricas, ¿cómo se puede lograr la secuencia mostrada?

Respuesta experta

Reflejar la pieza café (paralelogramo), respecto a uno de sus lados.	Trasladar la pieza azul (triángulo), en un vector igual a uno de sus lados.	Rotar en 180° la pieza verde (triángulo), con centro en uno de sus vértices.
		

GESTION DE LA ACTIVACIÓN

Inicio de la lección

Comience la lección planteando que han analizado las transformaciones una a una y, además, estudiaron las propiedades por las que se denominan isométricas. Comente que en esta clase visualizarán cómo cambia la posición en el plano de una figura al aplicar consecutivamente dos o más transformaciones isométricas.

Guiando la activación

Comparta la situación con sus estudiantes mientras proyecta la actividad. Debe asegurarse de que todos entiendan que el contexto consiste en que un personaje reorganiza piezas de un tangrama, inicialmente ordenadas como un cuadrado, para lograr otros diseños. Se agrega la condición de que no puede pasar una pieza por encima de otra. De tiempo para que sus estudiantes identifiquen las transformaciones isométricas.

Haga una puesta en común, en donde se identifique claramente la transformación isométrica que pudo ser aplicada para obtener cada fotografía. Además, marque el borde de las figuras inicial (cuadrado) y final (octágono)

Lo que debemos recordar para esta lección

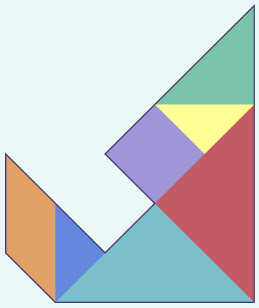
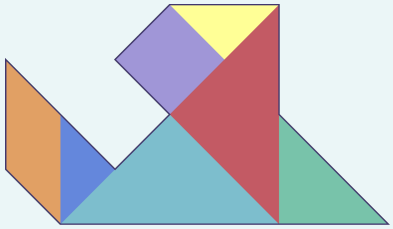
Utilice las respuestas de la activación para conectar con los conceptos geométricos vistos en esta unidad hasta la clase anterior.

- Recordamos los elementos que definen cada transformación isométrica:
  - Rotación: un centro y un ángulo.
  - Reflexión: una recta, o, en este caso, el “lado de una pieza”.
  - Traslación: un vector.

- Podríamos mover las piezas de cualquier manera, incluso pasando una por encima de otra. Para visualizar las transformaciones isométricas conviene ordenar los movimientos uno a uno, siguiendo una secuencia y teniendo el cuidado de no pasar una pieza por encima de otras.

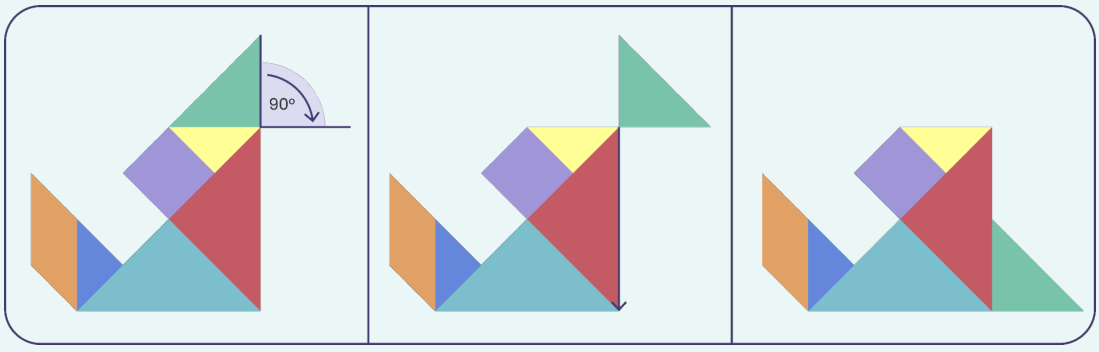
ACTIVIDAD 1

Considera que a partir de la figura creada por Carla, debes mover algunas piezas, para obtener finalmente un decágono, que se muestra en el momento 4.

1. Octágono	2.	3.	4. Decágono
			

Usando solamente transformaciones isométricas, ¿cómo se puede lograr el decágono?

Respuesta experta



GESTION ACTIVIDAD 1

Objetivo

Denominar como composición a una secuencia de transformaciones isométricas aplicadas a una misma figura.

Trabajo en grupos

Presente la **Actividad 1** , organice el curso en grupos y comente que deben describir de qué manera, utilizando solo transformaciones isométricas, pueden obtener la figura que se muestra en el momento 4. Destaque que en cada grupo deben llegar a un acuerdo para presentar en el momento de la puesta en común. Monitoree el trabajo en grupos, identificando las diversas composiciones de transformaciones isométricas presentes en las respuestas de sus estudiantes. Considere que aún no debe introducir el término composición, esto se realizará al final de la clase.

Discusión de curso completo

Inicie una discusión de curso completo planteando que el trabajo en la que cada grupo comparta la secuencia de transformaciones.

Asegúrese de que sus estudiantes:

- Describan las transformaciones como una a continuación de la otra. Por ejemplo: “rotar y, luego, trasladar”, evitando expresiones como “la figura rota mientras (o al mismo tiempo) se traslada”.
- Identifiquen una secuencia de transformaciones aplicadas a una misma pieza del tangram.
- Reconozcan diversas secuencias de transformaciones que logran el mismo resultado.

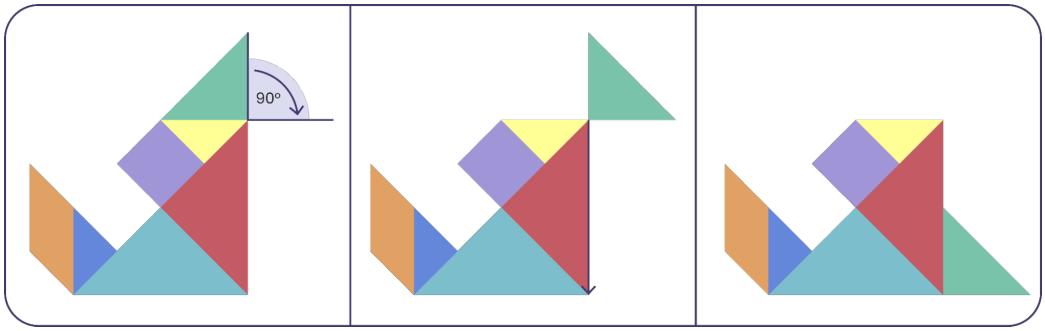
Durante la discusión grupal puede utilizar preguntas que ayuden a sus estudiantes a identificar los elementos de cada transformación isométrica, por ejemplo, “Comentaste que la pieza rotó, ¿qué punto consideraste para hacer la rotación?, ¿en qué ángulo giró?”

Conclusiones

Resuma los puntos clave de discusión y conecte las respuestas de los estudiantes con las siguientes ideas:

- Al visualizar los movimientos ordenadamente, distinguimos secuencias de transformaciones isométricas, como las siguientes:

- rotar el triángulo verde en 90° sentido horario y luego, trasladarlo sobre el lado mayor del triángulo rojo, hasta llegar a su otro vértice.
- reflejar el triángulo verde respecto de uno de sus catetos, y luego, trasladarlo sobre el lado mayor del triángulo rojo, hasta llegar al otro vértice.



- Usamos el término “secuencia” para decir que hacemos movimientos de manera consecutiva, es decir, se aplica uno, y luego, a ese resultado se le aplica el siguiente.

- En matemática, al proceso de aplicar una secuencia de transformaciones isométricas a una misma figura (o punto) le llamamos **composición de transformaciones isométricas** .

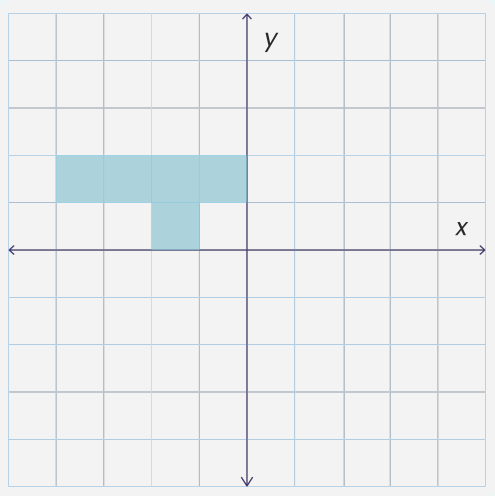
Anticipaciones y sugerencias

- Puede haber estudiantes a los que visualizar les resulte demasiado complejo. En casos como este, pídales que recorten un triángulo de papel similar a la pieza verde del tangrama, y que utilicen este material para observar de manera concreta la secuencia de transformaciones.
- Puede proyectar el siguiente recurso para ayudarlos a visualizar las rotaciones y traslaciones de esta actividad. https://www.geogebra.org/classic/xz6bud9q . En el recurso solo se puede reflejar el paralelogramo, ya que para el resto, basta con rotaciones y reflexiones, dada su simetría.

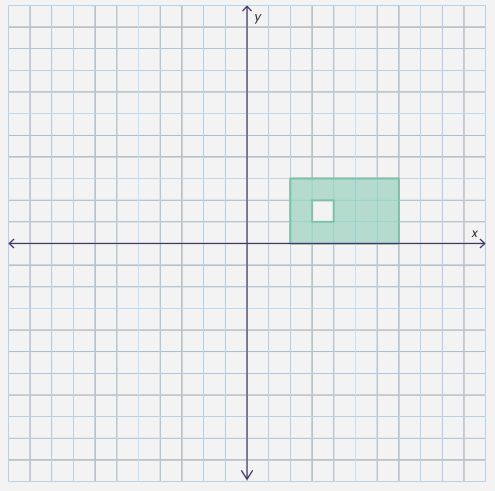
ACTIVIDAD 2

1 Dibuja la figura que resulta al finalizar la composición de las siguientes transformaciones.

a. Reflejar respecto al eje x, y luego, rotar en 90° con centro en (0, 0).



b. Rotar en 180° con centro en (0, 0) y luego, reflejar respecto del eje y.



GESTION ACTIVIDAD 2

Objetivo

Aplican composiciones de transformaciones isométricas en el plano cartesiano.

Trabajo en grupos

Presente la **Actividad 3** y entregue la hoja de trabajo. Comente que en esta oportunidad se les pide dibujar la imagen final al aplicar una composición de transformaciones. De tiempo y monitoree las dificultades que pueden aparecer. Considere que las figuras fueron diseñadas para que no se sobrepongan entre ellas al aplicar las transformaciones.

Discusión de curso completo

Organice una discusión de curso completo para compartir las respuestas, ya sean correctas o no. Es importante que no las valide anticipadamente, y promueva a que los mismos estudiantes reconozcan errores.

Asegúrese que sus estudiantes:

- Identifiquen los puntos correspondientes.
- Describan ordenadamente la composición de transformaciones.
- Apliquen conocimientos de las transformaciones vistos en clases anteriores.

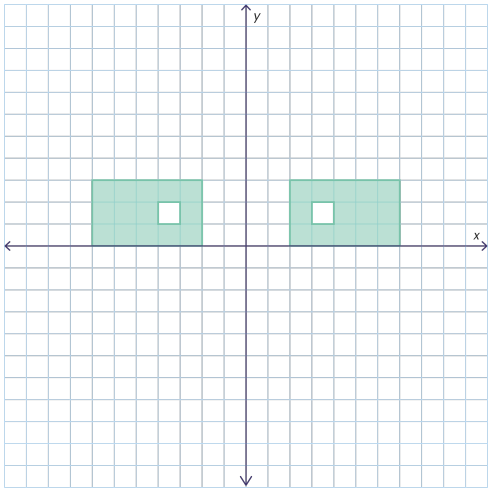
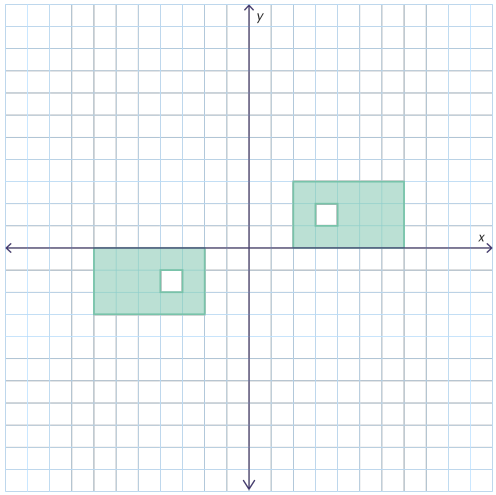
Conclusiones

Resuma los puntos clave de discusión y conecte las respuestas de los estudiantes con las siguientes ideas:

- Al dibujar composiciones de transformaciones isométricas, es conveniente identificar puntos o segmentos estratégicos que apoyen la visualización del movimiento. Esto permite verificar que el proceso haya sido correcto y, además, fortalece el uso de propiedades de las transformaciones.

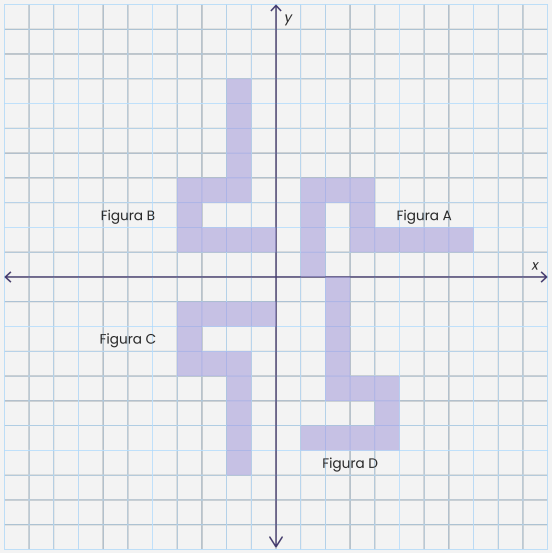
Anticipaciones y sugerencias

- Un error que puede surgir al aplicar la rotación del ejercicio b) es dibujar una reflexión respecto del eje y, como se muestra a continuación.

Error común	**Rotación correcta,** en 180° con centro en (0, 0)
	

TICKET DE SALIDA

Observa las siguientes figuras en el plano.



Para cada afirmación, marca con una **X** la casilla correspondiente, indicando **Sí** cuando sea cierta o **No** cuando sea falsa.

Afirmación	Si	No
La figura B se obtiene aplicando una rotación a la figura D en 90°, en sentido antihorario, y luego, reflejándola respecto del eje y.		
La figura C se obtiene aplicando una rotación a la figura A en 90° y luego, reflejándola respecto del eje x.		
La figura D se obtiene aplicando una traslación de la figura B respecto del vector $\vec{u} = (0, -8)$ y luego reflejándola respecto del eje y.		

Indicador de evaluación	Identifican si una figura es imagen de otra, por medio de una composición de transformaciones isométricas.

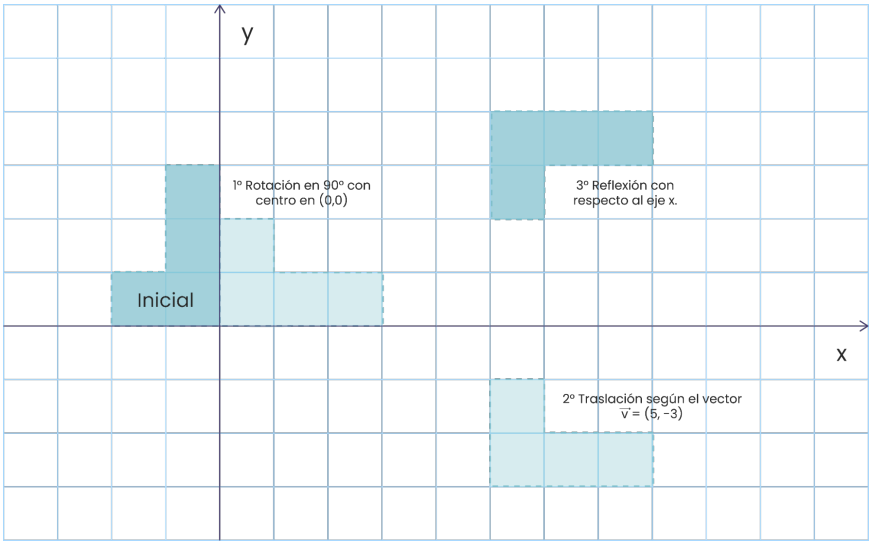
Posibles comprensiones

Afirmación	Respuesta correcta	Posibles comprensiones asociadas al error
1	No	(Error: Si) Reconoce que la figura B tiene sus lados paralelos y perpendiculares a las otras figuras, específicamente con la figura D, relacionando este hecho con rotaciones en 90º. En caso de pensar en la composición, reconoce que la imagen de la figura B debe quedar en el cuadrante II del plano cartesiano.
2	Si	(Error: No) Reconoce que las figuras A y C son imagen y preimagen de alguna composición de transformaciones, pero considera que la posición u orientación de la imagen de A debe ser diferente. La diversidad de posibilidades obliga a indagar cuáles son los movimientos que el estudiante ha reconocido, así como en la imagen que pronostica para la composición.
3	No	(Error: Si) Reconoce que la figura D tiene sus lados paralelos y perpendiculares a las otras figuras, relacionando este hecho con traslaciones y/o reflexiones respecto de vectores y ejes paralelos a los ejes cartesianos. Reconoce la orientación final de la imagen de la composición de transformaciones, sin verificar que se respeta la equidistancia de los puntos correspondientes respecto del eje de al reflexión.

CIERRE DE LECCIÓN

En esta lección:

- Exploramos la **composición de transformaciones isométricas** , que se define como la aplicación consecutiva de transformaciones isométricas.



- Desarrollamos la habilidad de **visualizar** transformaciones y composiciones de ellas. Para eso es necesario identificarlas, ordenarlas paso a paso y también dibujarlas. La **visualización** es la capacidad de imaginar y manipular mentalmente las figuras geométricas.

Términos matemáticos que ahora puedo ocupar:

- Composición de transformaciones isométricas